Louis GILL
Économiste, retraité de l'UQÀM

(juillet 1987)

LA RÉDUCTION DES ÉCARTS SALARIAUX

Édition entièrement revue et corrigée par l'auteur.

Politique d'utilisation
de la bibliothèque des Classiques

Cette édition électronique a été réalisée par Jean-Marie Tremblay, sociologue, bénévole, professeur associé, Université du Québec à Chicoutimi, à partir de :

Louis Gill, économiste québécois, professeur retraité de l'UQAM

La réduction des écarts salariaux.

Montréal : UQÀM., département des sciences économiques, juillet 1987, 80 pp. Cahier no 8727D.

Cette publication a été rendue possible grâce à une contribution du Fonds FCAR

Louis GILL est économiste et professeur retraité du département de sciences économiques de l'UQÀM où il a œuvré de 1970 à 2001. Tout au cours de cette carrière, il a eu une activité syndicale active. Il a publié plusieurs ouvrages, sur la théorie économique marxiste, l'économie internationale, l'économie du socialisme, le partenariat social et le néolibéralisme, ainsi que de nombreux essais et articles de revues et de journaux sur des questions économiques, politiques, sociales et syndicales.

Courriel : gill.louis@uqam.ca

Polices de caractères utilisée : Pour le texte: Times New Roman, 12 points.

Édition électronique réalisée avec le traitement de textes Microsoft Word 2008 pour Macintosh.

Mise en page sur papier format : LETTRE US, 8.5'' x 11''

Édition numérique réalisée le 25 juin 2009, revue et corrigée par l'auteur le 5 février 2018 à Chicoutimi, Québec.

Louis Gill
[économiste, retraité de l'UQÀM.]

La réduction des écarts salariaux.

Montréal : UQÀM., département des sciences économiques, juillet 1987, 80 pp. Cahier no 8727D.

Cette publication a été rendue possible
grâce à une contribution du Fonds FCAR

Le texte numérique de cette étude a été entièrement revu et corrigé par l'auteur, Louis Gill, 25 juin 2009.

Table des matières

La réduction des écarts salariaux.

Note de présentation de l'édition numérique de *La réduction des écarts salariaux*

Juin 2009

Par Louis Gill, économiste

Retour à la table des matières

Ce texte a été écrit en 1987 à la suite des négociations de 1985 entre le gouvernement du Québec et les trois grandes centrales syndicales, CSN, CEQ et FTQ, en vue du renouvellement des conventions collectives des secteurs public et parapublic pour les années 1986-1988. Il analyse et évalue les principales techniques alors mises de l'avant par les trois centrales aux fins de la réduction des écarts entre les salaires et de leur indexation au coût de la vie.

Au-delà de son intérêt historique et des statistiques salariales sur lesquelles elle s'appuie, qui sont celles des années 1980, cette contribution a une portée générale qui en fait un instrument d'actualité pour comprendre les fondements de méthodes qui transcendent les décennies et évaluer l'opportunité d'y recourir dans l'élaboration des revendications salariales d'aujourd'hui.

En guise d'illustration, parmi les méthodes analysées, il y a celle qui est connue comme la méthode du « montant fixe ». Cette méthode qui a été proposée au cours des années, tant pour la réduction des écarts entre les salaires que pour leur indexation au coût de la vie, attribue un montant égal à tous les salariés indépendamment de leur salaire, aux fins de la majoration salariale dans le premier cas et de la compensation pour perte de pouvoir d'achat dans le deuxième. Elle refait surface aujourd'hui dans les revendications de majoration salariale formulées par le Front commun des salariés des secteurs public et para-public, dont il faut se réjouir de la reconstitution en vue de la négociation des conventions collectives pour les années 2010-2013.

Très faiblement diffusé depuis sa parution en 1987, ce texte pourra désormais d'autant mieux jouer son rôle de stimulateur de la réflexion, qu'il est maintenant accessible en ligne sans restrictions.

Louis Gill

juin 2009

La réduction des écarts salariaux.

INTRODUCTION

Retour à la table des matières

L'un des objectifs de la négociation salariale dans les secteurs public et parapublic, au moins depuis le milieu des années 1970, est la réduction des écarts salariaux. Cet objectif a été poursuivi conjointement avec celui de l'indexation des salaires au coût de la vie. Dans les faits, les deux objectifs se sont entrecoupés au niveau de la formulation concrète des revendications. Le choix de la formule d'indexation en particulier a souvent été motivé par des considérations relatives à la volonté de réduire les écarts salariaux. Au-delà de l'aptitude à corriger la perte du pouvoir d'achat subie par chaque salarié, on recherchait dans la formule d'indexation le moyen indirect de réduire l'écart entre hauts et bas salaires. L'indexation sous la forme d'un montant fixe pour tous est la mieux connue et la plus simple des formules d'indexation visant simultanément la réduction des écarts salariaux. Ses protagonistes l'ont défendue en invoquant son caractère "égalitaire".

La réduction des écarts est un objectif important, mais elle est un objectif distinct, qui doit être abordé comme tel, directement et non par le biais de l'indexation. L'indexation par ailleurs, est un objectif non moins important, qu'il faut viser à réaliser avec toute la précision nécessaire, et qui ne saurait être relégué au second plan du fait qu'il servirait de moyen à la poursuite d'un autre objectif comme la réduction des écarts.

La raison d'être de l'indexation est la correction pleine et entière de la perte de pouvoir d'achat encourue par chaque catégorie de salariés, la protection du salaire réel contre l'inflation pour tous et toutes. C'est là l'unique but qu'on peut assigner à l'indexation, et les diverses techniques utilisées à cet effet (montant fixe, pourcentage fixe égal à l'accroissement de l'IPC, pourcentages variables par tranches de salaires selon un IPC différencié, etc..), doivent être évaluées les unes par rapport aux autres du strict point de vue de leur aptitude à réaliser cette fonction.

Une fois le salaire réel de tous protégé contre l'inflation, il reste ensuite à décider de quelle manière l'accroissement du pouvoir d'achat, "l'enrichissement" réel, sera réparti parmi les salariés. Tout comme dans le cas des méthodes d'indexation par rapport à l'objectif spécifique qui leur est assigné, les diverses méthodes d'accroissement du salaire réel (montant fixe, pourcentage fixe, pourcentage décroissant à mesure que le salaire augmente, etc.) doivent être appréciées par rapport à leur fonction propre et notamment du point de vue de leur aptitude à réduire les écarts salariaux.

La méthode du montant fixe, par exemple, lorsque utilisée comme méthode d'indexation, doit être évaluée, comme toute autre méthode d'indexation, du point de vue de 1a fonction qu'el1e exerce, c'est-à-dire du seul point de vue de sa capacité de corriger intégralement la perte de pouvoir d'achat subie par chaque tranche de salaire sans exception.

La même méthode du montant fixe, lorsque utilisée explicitement comme méthode de réduction des écarts entre les salaires réels, doit maintenant être évaluée, comme toute autre méthode de réduction des écarts, du seul point de vue de son aptitude à réaliser cet objectif particulier en tenant compte des incidences sur la masse totale "d'enrichissement" réclamée, les conditions de réalisation de l'unité sur des objectifs communs, de la capacité de mobilisation, etc.

La présente contribution se propose d'analyser et d'évaluer les principales techniques d'indexation et de réduction des écarts utilisées jusqu'à aujourd'hui dans l'élaboration des revendications salariales dans les secteurs public et para-public. Une brève analyse des méthodes d'indexation sera présentée dans un premier temps. Celle-ci portera essentiellement sur une appréciation de la méthode du montant fixe par rapport à celle du pourcentage fixe égal à la hausse de l'IPC.

La majeure partie de la contribution est par la suite consacrée à l'étude des diverses méthodes de réduction des écarts salariaux, plus précisément les méthodes qui ont été utilisées dans la formulation des revendications des trois grandes centrales syndicales, CSN, CEQ, FTQ, dans le cadre des négociations pour le renouvellement des conventions collectives des secteurs public et para-public pour les années 1986-1987-1988. La méthode dite "de la ligne droite" utilisée par la CEQ et la FTQ et la méthode de l'exponentielle utilisée par la CSN seront l'objet d'une analyse qui les mettra également en rapport avec les méthodes mieux connues du pourcentage fixe et du montant fixe.

Si l'objectif de la réduction des écarts est un objectif clair, facile à conceptualiser, les techniques utilisées pour le réaliser demeurent, pour la vaste majorité des syndiqués, enveloppées de mystère. Un but premier de la présente contribution est d'aider à lever le voile qui enveloppe ce "mystère". Une partie significative du contenu est destinée à cette fin pédagogique. Le lecteur déjà initié pourra se concentrer sur les sections où les diverses méthodes, une fois exposées et, il faut le souhaiter, apprivoisées, sont soumises à des évaluations comparées.

Les méthodes sont analysées sous diverses hypothèses de taux d'augmentation décroissants lorsqu'on se déplace du bas vers le haut de l'échelle salariale. Les incidences de ces hypothèses sur la réduction des écarts salariaux de même que sur la masse salariale totale sont l'objet d'une évaluation dans le cas des diverses méthodes.

Des observations intéressantes sont dégagées, notamment, quant à la grande similitude qui existe, de manière générale, entre les résultats obtenus, moyennant certaines hypothèses, par la méthode de l'exponentielle (utilisée par la CSN) et ceux qui sont obtenus par la méthode "de la ligne droite" (utilisée par la FTQ et la CEQ).

La réduction des écarts salariaux.

1

Quelques remarques sur les méthodes d'indexation

Retour à la table des matières

L'indice des prix à la consommation (IPC) publié mensuellement par Statistique Canada est la seule mesure officielle de l'évolution du coût de la vie au Canada. L'IPC, comme on le sait, est compilé à partir d'observations sur les prix de détail de quelque 300 produits constituant un "panier" de biens et services de consommation courante. Le poids relatif de chaque catégorie de dépenses dans le calcul de l'IPC est établi à partir de la composition moyenne des dépenses des familles, c'est-à-dire à partir d'un budget familial moyen; les pondérations du budget moyen sont mises à jour tous les quatre ans. L'IPC reflète donc l'évolution des prix telle qu'elle est ressentie par le salarié moyen, celui qui dépense selon le budget-type.

Le Tableau 1.1 (1re section) illustre le calcul de la hausse de l'IPC de 1985 à 1986. Les augmentations de prix des sept grandes catégories de dépenses entrent dans la hausse générale en proportion du poids de chacune d'elles dans le budget moyen pour donner une augmentation de 4,09% (Statistique Canada. *Prix à la consommation et indices des prix*, octobre - décembre 1986, Catalogue 62-010, trimestriel).

L'indexation des salaires au coût de la vie selon la hausse de l'IPC corrigera exactement la perte du pouvoir d'achat d'un salarié qui consomme selon le budget moyen. Pour tous les autres, cette correction sera vraisemblablement différente de la détérioration effective du pouvoir d'achat. Elle pourra être supérieure ou inférieure selon le budget particulier. Il ne faut toutefois pas exagérer l'ampleur de ces différences. Pour s'en rendre compte, supposons un budget sensiblement différent du budget moyen (Tableau 1.1, 2e section), qui pourrait assez bien correspondre au budget d'une famille à bas revenu. Dans ce budget par ailleurs, les catégories de dépenses dont le poids a augmenté par rapport au budget moyen sont celles qui ont connu des hausses de prix supérieures à la moyenne. Malgré la combinaison de ces effets, la hausse des prix ressentie par le salarié qui consomme selon ce budget n'est que de 4,89%.

Si l'on veut maintenant supposer que les biens particuliers consommés par ce salarié ont connu des hausses substantiellement supérieures à la moyenne dans les catégories "aliments" et "habitation" auxquelles il consacre près des deux tiers de son budget, la détérioration de son pouvoir d'achat atteint alors 6,04% (Tableau 1.1, 3e section). Une compensation de 4,09% (égale à la hausse de l'IPC) accordée indistinctement à tous les salariés sous-estimerait donc de quelque 2% la perte de pouvoir d'achat d'un salarié qui serait dans cette situation. Mais il faut reconnaître le caractère extrême et sans doute exceptionnel d'une telle situation. Quoiqu'il en soit, il est incontestable qu'un IPC différencié par tranches de salaires serait le meilleur instrument permettant d'évaluer avec la précision nécessaire la perte effective de pouvoir d'achat subie par chaque catégorie de salarié et de verser à chacun la pleine compensation qui lui revient.

En l'absence d'un tel IPC différencié, doit-on s'en remettre à l'IPC tel qu'il existe et compenser selon un pourcentage fixe pour tous, égal à la hausse de l'IPC ? Ne devrait-on pas plutôt utiliser la méthode du montant fixe ? La méthode d'indexation en montant fixe a été adoptée comme revendication commune du mouvement syndical par le Front Commun privé-public des centrales FTQ-CSN-CEQ qui lançait en mars 1974 la campagne pour la réouverture de toutes les conventions collectives en vue d'obtenir l'indexation des salaires au coût de la vie. Le Front Commun recommandait à tous les syndicats affiliés de revendiquer un réajustement salarial égal pour tous, équivalent à une majoration de $0.01 l'heure pour chaque hausse de 3 dixièmes (0,3) de points de l'IPC[1] (ou 3,33 cents l'heure pour chaque hausse d'un point de l'IPC). Dans le secteur public, cette revendica-

1 FTQ-CEQ-CSN. *La hausse des prix c'est du vol organisé*. Document de travail pour la lutte contre l'inflation. Printemps 1974.

tion prenait la forme du $1 000 pour tous (plus précisément $1 003.87), montant qui correspondait exactement à la détérioration (et au rattrapage réclamé) de 12,58% du pouvoir d'achat au salaire annuel moyen de 1973-74, c'est-à-dire $7 980.

TABLEAU 1.1-

EFFET DE LA HAUSSE DES PRIX SELON LE BUDGET

Retour à la table des matières

Catégorie de dépense	Part dans le budget %	Augm. des prix %	Effet sur l'IPC %
1er exemple :			
Aliments	20.02	5.00	1.00
Habitation	38.14	3.00	1.14
Habillement	8.37	2.80	0.23
Transports	15.75	3.20	0.50
Santé et soins personnels	4.02	4.20	0.17
Loisirs, lecture, formation	8.25	4.70	0.39
Tabacs et alcools	5.45	11.90	0.65
TOTAL	**100.00**		**4.09**
2e exemple :			
Aliments	35.00	5.00	1.75
Habitation	30.00	3.00	0.90
Habillement	7.50	2.80	0.21
Transports	10.00	3.20	0.32
Santé et soins personnels	2.50	4.20	0.11
Loisirs, lecture, formation	2.50	4.70	0.12
Tabacs et alcools	12.50	11.90	1.49
TOTAL	**100.00**		**4.89**
3e exemple :			
Aliments	35.00	7.00	2.45
Habitation	30.00	4.50	1.35
Habillement	7.50	2.80	0.21
Transports	10.00	3.20	0.32
Santé et soins personnels	2.50	4.20	0.11
Loisirs, lecture, formation	2.50	4.70	0.12
Tabacs et alcools	12.50	11.90	1.49
TOTAL	**100.00**		**6.04**

Pour les salaires situés au-dessus de la moyenne, le montant réclamé offrait une compensation inférieure à la perte du pouvoir d'achat telle que mesurée par l'IPC et inversement pour les salaires situés sous la moyenne. Et tel était précisément le but visé. L'indice moyen du coût de la vie qu'est l'IPC ne tenant pas compte des hausses de prix plus élevées qui frappaient alors les biens de première nécessité, il fallait compenser davantage les bas salariés, plus sévèrement touchés par la hausse des prix.

La formule du montant fixe proposée ici vise en fait à pallier les insuffisances de l'IPC. En l'absence d'un IPC différencié par tranches de revenus, qui permettrait de mesurer exactement comment chaque catégorie salariale est frappée par la hausse des prix, elle se présente en quelque sorte comme une formule de rechange qui, par ailleurs, a l'avantage d'être une formule simple. Mais il faut bien comprendre qu'elle demeure une formule de rechange, approximative, parmi d'autres. Rien ne permet de dire *a priori* avec quelle exactitude elle corrige les pertes réelles de pouvoir d'achat pour les diverses tranches de revenus. Supposons par exemple que le salaire moyen est de $25 000 et que l'IPC a augmenté de 4 %. Une majoration du salaire annuel sous la forme d'un montant fixe de $1 000 assure une compensation de:

10 %	à un salaire annuel de	$ 1 000
8 %	à un salaire annuel de	$ 12 500
4 %	à un salaire moyen de	$ 25 000
3 %	à un salaire annuel de	$ 33 333
2,5 %	à un salaire annuel de	$ 40 000

Dans quelle mesure ces compensations reflètent-elles la perte effective de pouvoir d'achat pour chaque tranche de salaire ? Il est difficile de répondre avec certitude à cette question sans une meilleure connaissance statistique de la composition des dépenses à chaque niveau de revenu (information qui permettrait le calcul d'un IPC différencié par tranches de salaires). Par contre, les chiffres qui viennent d'être obtenus, en particulier les taux de 10 % et 8 % aux salaires de

$10 000 et $12 500, mis en rapport avec les résultats de l'exemple du Tableau 1.1, suggèrent à tout le moins que la méthode d'indexation en montant fixe a tendance à sur-compenser la perte du pouvoir d'achat au bas de l'échelle et à la sous-compenser au haut de l'échelle.

Ce biais, s'il est inhérent à la méthode, doit être pris en compte et considéré pour ce qu'il est. Dans la mesure où la raison d'être de l'indexation est la protection du salaire réel de tous les salariés, une méthode d'indexation qui, systématiquement, ne réaliserait pas cet objectif pour certaines catégories de salariés, remplirait incomplètement son rôle. Il faudrait alors chercher les moyens de l'améliorer. Mais, ce qui dans les faits est une faiblesse de la méthode, ne saurait être considéré comme une qualité, sous prétexte qu'elle permettrait de réaliser un autre objectif, en l'occurrence la réduction des écarts. Cet objectif, rappelons-le, devra être abordé comme tel, une fois réglée la question de la préservation du salaire réel pour tous.

Pour préciser davantage, de toute évidence, la méthode d'indexation en montant fixe compense pleinement la perte de pouvoir d'achat des bas salariés. Elle outrepasse même son "mandat" pour augmenter leur pouvoir d’achat, ce qui pourtant n'est pas le rôle de l'indexation qui a pour seule fonction de protéger contre l'inflation. D'autre part, l'augmentation du pouvoir d'achat des bas salariés, objectif à poursuivre par ailleurs, est réalisée ici non pas à même une masse salariale d'enrichissement à répartir parmi les salariés selon des modalités à déterminer et qui viseraient en particulier la réduction des écarts entre les salaires réels, mais à même une réduction du pouvoir d'achat des haut salariés à qui on demande en quelque sorte de sacrifier une compensation à laquelle ils ont droit pour permettre aux bas salariés d'avancer.

Il va de soi qu'une telle perspective n'est pas plus motivante qu'il faut pour les salariés concernés. Des revendications salariales susceptibles de réunir l'unité de tous les syndiqués sur des objectifs communs doivent au minimum protéger le salaire réel de tous les salariés. La réduction des écarts peut être ensuite envisagée en relevant les bas salaires sans diminuer les salaires plus élevés, par l'application d'un pourcentage d'augmentation du salaire réel plus élevé au bas de l'échelle qu'au haut de l'échelle et une diminution graduelle du taux d'augmentation à mesure que le salaire augmente.

La méthode d'indexation en montant fixe, encore mise de l'avant en 1982 dans les demandes salariales du Front Commun pour le renouvellement des conventions collectives des années 1983-1984-1985, ne figure plus dans les revendications de 1985 pour 1986-1987-1988. L'indexation y est réclamée en pourcentage fixe, égal à la hausse de l'IPC. Malgré ses limites et en l'absence d'un IPC différencié par tranches de salaires, il semble bien effectivement que l'indexation sur la base de l'IPC est le moins mauvais choix, d'autant plus par ailleurs que d'un point de vue pratique l'indexation en pourcentage se prête plus facilement que l'indexation en montant fixe, aux revendications de prévention contre l'inflation anticipée. Il est plus facile en effet, lorsqu'on procède à des prévisions de la hausse des prix, de le faire pour l'évolution moyenne calculée en pourcentage d'augmentation, c'est-à-dire en pourcentage d'augmentation de l'IPC, et de réclamer, à titre de prévention contre l'inflation, le versement d'une partie de ce pourcentage en début d'année, d'une seconde partie six mois plus tard par exemple et du reste, s'il y a lieu, en fin d'année.

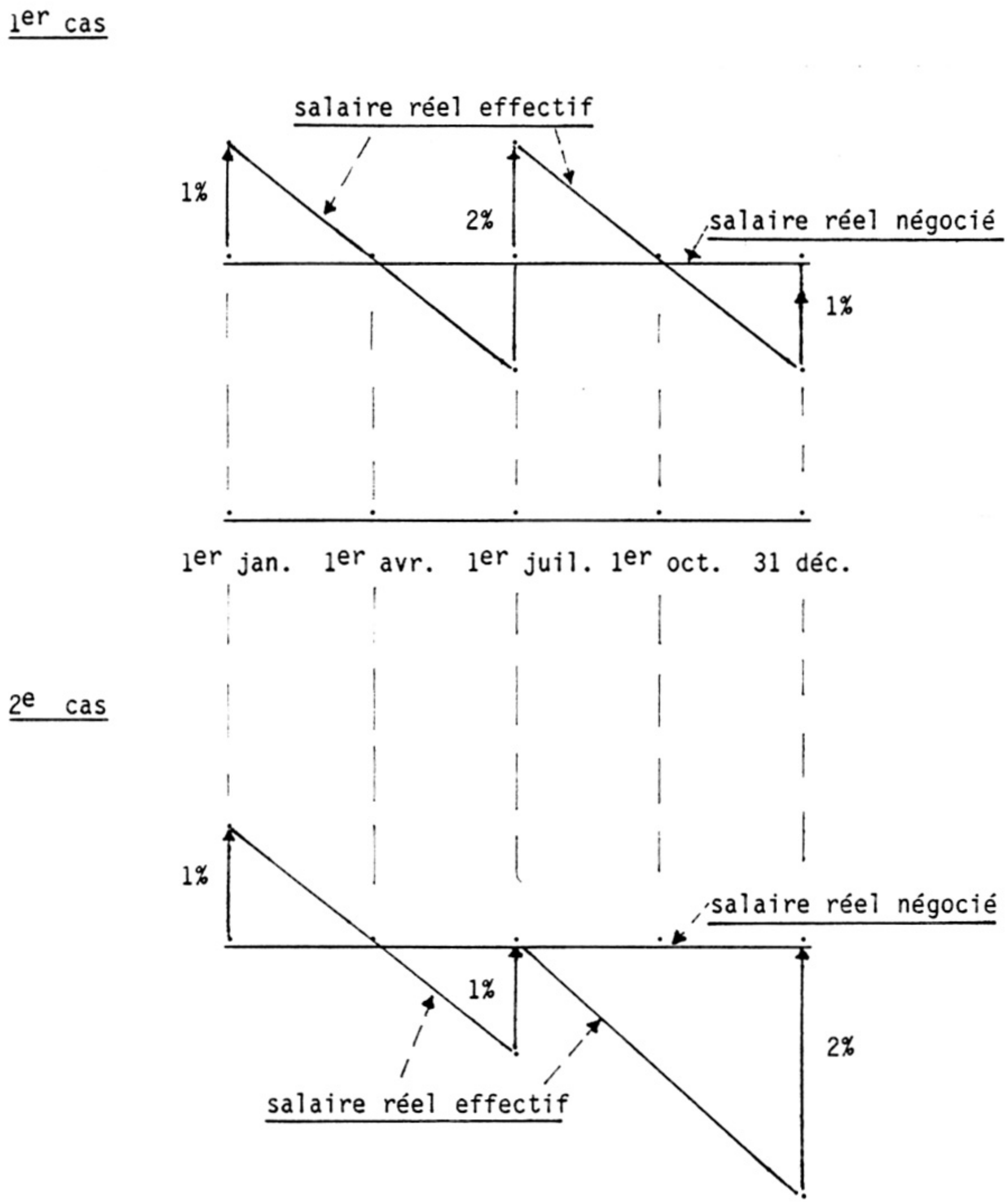
Il va sans dire, en terminant cette section, qu'une indexation complète exige non seulement le réajustement à la hausse des échelles salariales d'un montant égal à la hausse des prix, mais aussi le versement d'un montant forfaitaire équivalent à la perte encourue en cours d'année s'il y a lieu. Les revendications de prévention contre l'inflation visent à réduire au minimum ce type de perte. Supposons par exemple que l'inflation au cours d'une année a été de 4 % et que la prévention négociée contre l'inflation prévoyait une hausse de 1 % en début d'année, le 1^er^ janvier, et une hausse de 2 % six mois plus tard, le 1^er^ juillet; un dernier réajustement de 1 % en fin d'année ramène le salaire au niveau négocié.

En cours d'année, le salaire réel effectif (incorporant la prévention contre l'inflation) a été supérieur au salaire réel négocié pendant les trois premiers mois, inférieur pendant les trois mois suivants, puis de nouveau supérieur après le réajustement de 2 % en juillet, pour redevenir inférieur trois mois plus tard (voir le Graphique 1.1, 1^er^ cas). Dans cet exemple, les gains et les pertes se compensent exactement.

Supposons maintenant que le réajustement du 1^er^ juillet est de 1 % au lieu de 2 %. Un réajustement de 2 % sera nécessaire en fin d'année pour que le salaire réel rattrape le niveau négocié (voir le Graphique 1.1, 2^e^ cas). Pendant toute la deuxième moitié de l'année cependant, celui-ci aura été inférieur au niveau négocié. Alors que les gains des trois premiers mois ont compensé les pertes des trois mois suivants, il y a au cours des six derniers mois une perte nette qui doit être compensée par un montant forfaitaire. Ce montant est facile à calculer. Pendant les six derniers mois, le salaire réel effectif a été en moyenne de 1 % inférieur au salaire réel négocié. Le montant à récupérer est donc égal à 1 % du salaire de six mois, soit $130 ou 1 % de $13 000 dans le cas d'un salaire annuel de $26 000, salaire moyen approximatif dans les secteurs public et para-public en 1986. La non-récupération d'une telle somme représenterait pour les 350 000 salariés concernés une perte totale de $45 millions et demi.

GRAPHIQUE 1.1
LA PROTECTION EFFECTIVE DU SALAIRE RÉEL

Retour à la table des matières



La réduction des écarts salariaux.

2

Augmentations salariales à taux décroissants

Retour à la table des matières

La première partie a traité de la préservation du pouvoir d'achat contre l'inflation. Il sera maintenant question de l'accroissement de ce pouvoir d'achat et de sa répartition entre les salariés, selon diverses formules visant à réduire les écarts salariaux. Les formules étudiées sont celles qui ont été proposées par les trois centrales syndicales, CSN, CEQ, FTQ, dans le cadre des négociations pour le renouvellement des conventions collectives des secteurs public et para-public pour les années 1986-1987-1988. Rappelons d'abord ces propositions.

Pour 1986, la FTQ [2] demandait une amélioration du pouvoir d'achat de 2,1 % (égale à la hausse prévue du PNB réel) à répartir selon un pourcentage décroissant déterminé par la méthode "de la ligne droite", accordant une augmentation de 5 % au salaire minimum, de 2,1 % au salaire moyen et de 0 % au salaire maximum. Les salaires horaires minimum, moyen et maximum de 1985 auxquels s'appliquent ces hausses sont respectivement $8,48, $13,71 et $24,97. Pour 1987 et 1988, la FTQ demandait également un taux d'augmentation global à répartir selon la méthode "de la ligne droite" accordant 3,5 % au salaire minimum, 1,5 % au sa-

2 FTQ, *Politique salariale FTQ*. Document interne, novembre 1985. Les principes établis dans ce document sont repris sous forme vulgarisée dans : « Secteur public et para-public FTQ », *Bulletin no.1*, mars 1986.

laire moyen et 0 % au salaire maximum en 1987; pour 1988, le taux moyen était à déterminer en fonction de la hausse du PNB réel.

Les propositions de la CEQ [3] sont très voisines de celles de la FTQ. La même méthode de répartition selon un pourcentage décroissant, la méthode "de la ligne droite", est utilisée. Seuls les pourcentages diffèrent quelque peu. Pour 1986 par exemple, la CEQ réclamait d'abord 4,1 % au salaire minimum, 2,1 % au salaire moyen et 0,6 % au salaire maximum.

Ces pourcentages étaient ensuite réajustés à 4,2 %, 2,0 % et 0,3 % respectivement [4]. Pour 1987, l'augmentation réclamée était de 1,5% comme pour la FTQ, mais avec 3% au salaire minimum et 0,5% au maximum.

Enfin la CSN [5] réclamait pour 1986 une augmentation globale de 2,28 % à répartir selon la méthode de l'exponentielle avec des taux de 4,26 % au salaire minimum et de 0,4 % au salaire maximum. Pour 1987, l'augmentation réclamée était de 1,76 %, à répartir selon la méthode "de la ligne droite". Enfin, pour 1988 l'augmentation globale demandée était un pourcentage de l'augmentation du PNB réel, à répartir cette fois selon la méthode du montant fixe.

Ces propositions ont nécessairement subi des transformations au cours des négociations et le résultat final obtenu par règlement négocié en diffère également. Il n'est évidemment pas question ici de suivre ces changements à la trace. Les propositions des trois centrales sont simplement rappelées à des fins d'illustration de leur diversité et de la nécessité d'éclaircir les motivations qui poussent à utiliser une méthode de réduction des écarts plutôt qu'une autre.

Dans les pages qui suivent, les diverses méthodes seront expliquées. A cette fin, elles seront illustrées d'exemples chiffrés qui utiliseront tous la même base de manière à ce qu'on puisse plus facilement en faire une évaluation comparée. Ainsi, tous les exemples numériques porteront sur la répartition des hausses salariales pour la première année de la convention collective 1986, sur la base des données de 1985. Les données de départ sont les salaires minimum, moyen et maximum de 1985, soit $8,48, $13,71 et $24,97, et le taux d'accroissement moyen de la masse

3 CEQ, *Information- Négociation- Consultation*, octobre 1985, D8672.

4 CEQ-CICC-N. *Projet de demande salariale*, 10 déc.1985, A8586-CICC-N-70.

5 CSN, *Salaires*, document interne, 18 décembre 1985, et CSN-CCNSP- *Les Cahiers de négo. #4*, « Salaires et politique salariale », octobre 1985.

salariale réelle de 2,1 %. Pour ne centrer l'attention que sur les méthodes de réduction des écarts, les salaires ne seront pas d'abord indexés de 5 % au 1er janvier 1986 tel que réclamé par les trois centrales pour corriger la perte occasionnée par l'inflation en 1985 (4 %) et comme premier versement de prévention contre l'inflation anticipée pour 1986 (1 % en janvier et 1 % en juillet). Cette simplification ne change en rien la portée des résultats qui en fait pourraient être obtenus à partir de n'importe quels salaires fictifs. Elle permet par contre d'alléger l'exposé.

2.1 La méthode du pourcentage fixe

Retour à la table des matières

La répartition d'une hausse du pouvoir d'achat par l'application d'un pourcentage fixe d'augmentation, égal pour chaque tranche de salaires, n'est pas, cela va de soi, une méthode de réduction des écarts. Elle n'est mentionnée ici que comme cas limite ou base de comparaison, permettant également de préciser ce qu'on entend par réduction des écarts. La majoration de tous les salaires d'un taux fixe ne réduit pas les écarts, mais elle ne les augmente pas non plus. Elle les maintient tels qu'ils étaient.

Avec les chiffres qui ont été retenus pour illustrer l'exposé, l'écart entre salaire maximum ($24,97) et salaire minimum ($8,48) est de 2,94 à 1 :

$$\frac{24,97}{8,48} = \frac{2,94}{1}$$

Cet écart-demeure évidemment le même si les deux termes du rapport sont augmentés dans les mêmes proportions, de 2,1% par exemple:

$$\frac{24,97 \ x \ 1,021}{8,48 \ x \ 1,021} = \frac{25,49}{8,66} = \frac{2,94}{1}$$

Les étapes du calcul sont présentées au Tableau 2,1 où x ($) est le salaire avant l'augmentation, t (%) le taux d'augmentation en pourcentage, tx ($) l'augmentation en dollars, et y = x + tx le salaire augmenté. Les deux dernières colonnes donnent l'écart entre salaire maximum et salaire minimum exprimé en rapport, y max / y min, et en simple différence, y max - y min.

Si le rapport entre salaire maximum et salaire minimum est demeuré le même à 2,94, on constate nécessairement que la différence entre ces deux salaires a augmenté, elle :

l'écart, qui est de	\$16,49 (\$24,97 - \$8,48) avant l'augmentation de 2,1%,
est de :	\$16,83 (\$25,49 - \$8,66) après l'augmentation.

TABLEAU 2.1
Mesure des écarts – Pourcentages fixe et décroissants

Retour à la table des matières

x ($)	t (%)	tx ($)	y ($)	ymax/ymin	Ymax-ymin
a) Pourcentage fixe					
8,48	2,1	0,18	8,66		
13,71	2,1	0,29	14,00		
24,97	2,1	0,52	25,49	2,94	16,83
b) Pourcentages décroissants					
8,48	2,9	0,25	8,73		
13,71	2,1	0,29	14,00		
24,97	1,5	0,37	25,34	2,90	16,61
(dont cas particulier du montant fixe)					
8,48	3,4	0,29	8,77		
13,71	2,1	0,29	14,00		
24,97	1,15	0,29	25,26	2,88	16,49
8,48	5,0	0,52	8,90		
13,71	2,1	0,29	14,00		
24,97	0,0	0,00	24,97	2,81	16,07

x($): salaire avant augmentation
t(%): taux d'augmentation en pourcentage
tx($): augmentation en dollars
y($): salaire augmenté, y = x + tx

Et comment pourrait-il en être autrement? Puisque tout a été gonflé de 2,1%, la différence entre salaire maximum et salaire minimum est évidemment elle aussi augmentée de 2,1%. Mais, on ne saurait considérer cela comme une augmentation des écarts. La distance entre Montréal et Québec est de 250 km dans la réalité et de quelques centimètres seulement sur une carte routière. Mais la distance réelle n'est pas plus grande, toutes proportions gardées, que la distance sur la carte routière. De la même manière, un écart de $16,83 après une augmentation générale de 2,1% traduit exactement la même position relative entre salaire maximum et salaire minimum qu'une différence de $16,49 avant l'augmentation. Un article de $10 coûte 5 fois plus cher qu'un article de $2, ou $8 de plus. Si les prix doublent, le premier article, à $20, coûte toujours 5 fois plus cher que le deuxième article, à $4, même si la différence de prix est maintenant de $16, différence qui a doublé elle aussi, cela va de soi.

Il peut sembler superflu de rappeler ce qui apparaîtra à tous comme une évidence. Pourtant, il est encore courant de lire dans des textes syndicaux qu'une augmentation salariale en pourcentage fixe ne devrait pas être retenue parce qu'elle aurait pour effet d'accroître les écarts salariaux. L'accroissement dont il est question ici est évidemment un accroissement en valeur absolue.

Mais cela est loin d'être une propriété exclusive de l'augmentation en pourcentage fixe. Même lorsque l'augmentation est sous la forme d'un <u>taux significativement décroissant</u>, comme dans le cas du 2e exemple du Tableau 2.1 où le taux est de 2,9 % au salaire minimum et de 1,5 % au salaire maximum, l'écart en valeur absolue ($16.61) est <u>supérieur</u> à ce qu'il était avant l'augmentation ($16.49) malgré le fait que le rapport entre le salaire maximum et le salaire minimum ait <u>diminué</u> (2,90 par rapport à 2,94).

Dans le cas d'une augmentation en <u>montant fixe</u> (3e exemple du Tableau 2.1), l'écart en valeur absolue, il va sans dire, demeure le même: $16,49. Mais cette situation n'est qu'un cas particulier d'un pourcentage plus fortement décroissant que dans le cas de l'exemple 2, accordant une augmentation de 3,4 % au salaire minimum et réduisant l'écart à un rapport de 2,88.

Enfin (4e exemple du Tableau 2.1), avec un <u>taux plus fortement décroissant</u> que dans le cas de l'augmentation en montant fixe, soit 5 % au salaire minimum et

0 % au salaire maximum, l'écart est diminué tant en valeur absolue, $16,07 inférieur à $16,49, qu'en termes de rapport, 2,81 inférieur à 2,94.

En somme, toute augmentation à taux décroissants, si faible soit la différence entre le taux le plus élevé et le taux le plus bas, contribue à réduire l'écart exprimé sous la forme d'un rapport entre salaire maximum et salaire minimum. La réduction, bien entendu, sera d'autant plus grande que le taux sera plus fortement décroissant et, arrivé à un certain point, elle se traduira également en une réduction de l'écart en valeur absolue entre salaire maximum et salaire minimum, mais une telle réduction en valeur absolue n'a qu'une signification purement accessoire lorsqu'on compare des quantités qui augmentent proportionnellement les unes aux autres comme cela vient d'être expliqué. En fait, le point à partir duquel commence la réduction des écarts en valeur absolue n'est qu'une étape dans le processus d'évolution progressive vers des taux de plus en plus fortement décroissants.

Il est intéressant de souligner à cet effet que la méthode du montant fixe, souvent présentée comme une méthode plus "égalitaire", <u>ne réduit pas</u> l'écart exprimé en valeur absolue entre salaire maximum et salaire minimum. Elle ne l'accroît pas, certes, mais elle ne le réduit pas non plus. Elle le maintient tel quel à $16,49, alors qu'elle le réduit, bien évidement en termes de rapport (2,88 inférieur à 2,94) et cela tient non pas au fait qu'il s'agit d'une augmentation en montant fixe, mais que ce montant fixe se traduit en pourcentages décroissants.

2.2 La méthode du montant fixe

Retour à la table des matières

Comme on vient de le voir dans la section précédente, une augmentation salariale en montant fixe égal pour tous est un cas particulier d'augmentation salariale à taux décroissants. L'augmentation unique pour tous établie par exemple à 2,1 % du salaire moyen de $13,71, soit $0,29 l'heure, se traduit en une augmentation en pourcentages qui diminuent graduellement, de 3,4 % au salaire minimum de $8,48 jusqu'à 1,15 % au salaire maximum de $24,97. Pour chaque niveau de salaire, le montant d'augmentation est le même; à mesure que le salaire augmente, le taux de majoration doit donc diminuer dans les mêmes proportions puisque l'augmentation en dollars demeure constante.

Si x est le salaire et t le taux d'augmentation, alors tx est l'augmentation en dollars. Dans l'exemple numérique considéré, cette augmentation constante est de $0,29. Nous pouvons donc écrire:

$$t\,x \;=\; 0{,}29 \quad \text{ou} \quad t = \frac{0{,}29}{x}$$

Pour chaque salaire, le taux d'augmentation correspondant peut donc être calculé à partir de cette formule. Par exemple, pour x = 8,48,

$$t \;=\; \frac{0{,}29}{8{,}48} \;=\; 0{,}03395 \;=\; 3{,}40\%$$

Le Tableau 2.2 présente certaines de ces valeurs. Il donne également les valeurs correspondantes de y = x + tx , c'est-à-dire du salaire après augmentation. Les trois premières valeurs de x sont les salaires minimum, moyen et maximum. Le bloc suivant contient des valeurs de x qui couvrent l'intervalle des salaires payés. Le troisième bloc donne des valeurs de x hors échelle dont l'un des buts est d'aider à la représentation graphique.

L'équation tx = 0,29 ou t = 0,29 / x qui relie les variables t et x est l'équation d'une hyperbole.

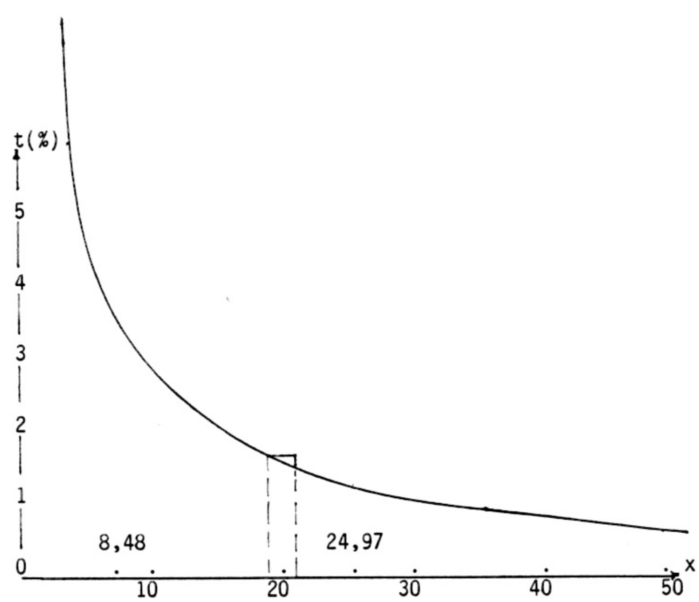
TABLEAU 2.2

AUGMENTATIONS SALARIALES À TAUX DÉCROISSANTS

Retour à la table des matières

MÉTHODE DU MONTANT FIXE

x($)	t(%)	tx($)	y($)
8.48	3.3951651	0.29	8.77
13.71	2.1000000	0.29	14.00
24.97	1.1530236	0.29	25.26
9.00	3.1990000	0.29	9.29
11.00	2.6173636	0.29	11.29
13.00	2.2146923	0.29	13.29
15.00	1.9194000	0.29	15.29
17.00	1.6935882	0.29	17.29
19.00	1.5153158	0.29	19.29
21.00	1.3710000	0.29	21.29
23.00	1.2517826	0.29	23.29
25.00	1.1516400	0.29	25.29
1.00	28.7910000	0.29	1.29
2.00	14.3955000	0.29	2.29
5.00	5.7582000	0.29	5.29
50.00	0.5758200	0.29	50.29
100.00	0.2879100	0.29	100.29



D'une manière générale, l'équation d'une hyperbole s'écrit:

$$t\,x = b \qquad \text{ou} \qquad t = \frac{b}{x} \qquad (2.1)$$

où b est une constante; ici b = 0,29

Le Graphique qui accompagne le Tableau 2.2 illustre l'hyperbole t x = 0,29. Il est facile de vérifier qu'à un niveau de salaire donné, comme x = $19 , si on augmente celui-ci d'un pourcentage de 10,5 % par exemple, le taux d'augmentation salarial correspondant, t = 1,515 %, devra, lui, être diminué de 10,5 %. Il est clair en effet que si

$$19 \ \text{x} \ 0.01515 = 0{,}29$$

alors :

$$(19 \ \text{x} \ 1{,}105) \ \text{x} \ \frac{0{,}1515}{1{,}105} = 0{,}29$$

ou

$$21 \ \text{x} \ 0{,}01371 = 0{,}29$$

La valeur de t = 1,371 % lorsque le salaire x = $21 est bien celle qu'on retrouve dans le Tableau 2.2 (voir aussi la représentation de l'exemple sur le Graphique).

Ce qui vient d'être illustré est le propre d'une hyperbole, et cela, quelles que soient les valeurs de l'une ou l'autre des deux variables. À mesure qu'on s'élève dans l'échelle salariale (à mesure que la variable x augmente), le taux d'augmentation du salaire (la variable t) doit diminuer dans les mêmes proportions. Inversement si x diminue, t devra augmenter d'autant. Mais, puisque le produit de x et de t est une constante différente de zéro (0,29 dans notre exemple), ni x ni t ne pourra jamais devenir nul.

Ainsi, lorsque x augmente sans limites, t diminue et se rapproche de plus en plus de zéro, mais sans jamais l'atteindre. On dit que la courbe tend vers l'axe horizontal "en asymptote", s'en rapprochant toujours de plus en plus mais sans jamais l'atteindre. De la même manière, lorsque x diminue de plus en plus, lorsqu'il "tend vers zéro", alors t augmente sans limites; la courbe se rapproche cette fois de l'axe vertical, en "asymptote", sans jamais l'atteindre.

Intéressantes pour les mathématiciens, ces caractéristiques "infinitésimales" de l'asymptote sont d'un intérêt secondaire pour l'établissement des revendications syndicales. Pour nos besoins, il suffit d'en saisir intuitivement la portée qui est d'ailleurs bien illustrée par les chiffres du Tableau 2.2 lorsqu'on examine en particulier les valeurs "hors échelle". Pour de très faibles salaires, considérablement inférieurs aux salaires en vigueur, comme x = $1 ou x = $2 l'heure, les taux d'augmentation correspondants sont très élevés, t = 28,8% et t = 14,4%, et inversement pour les salaires hors échelle à l'autre extrémité, x =$50 ou x = $100 1'heure pour 1esquels les taux d'augmentation sont de 0,58% et 0,29% respectivement.

En somme plus le salaire est bas, plus il commande un taux d'augmentation élevé et vice versa. Tel est, du point de vue de la réduction des écarts salariaux, le contenu essentiel à retenir de la relation hyperbolique entre t et x, relation qui caractérise la méthode du montant fixe, mais qui est aussi au cœur de la méthode "de la ligne droite".

2.3 La méthode "de la ligne droite"

Retour à la table des matières

Quelle que soit la méthode utilisée pour augmenter les salaires réels et répartir le pouvoir d'achat accru, on peut toujours exprimer le salaire augmenté y comme la somme du salaire avant l'augmentation x et de l'augmentation reçue tx, où t est le taux d'augmentation qui s'applique au salaire concerné:

$$y = x + tx \tag{2.2}$$

Ce calcul a été effectué dans les sections précédentes pour divers niveaux de salaires et diverses hypothèses d'augmentations salariales: taux fixe, taux décroissants, dont le cas particulier du montant fixe (voir les Tableaux 2.1 et 2.2).

Dans le cas particulier d'une augmentation en pourcentage fixe où t serait égal par exemple à 2,1% pour chaque salaire, l'expression y = x + tx, qu'on peut aussi écrire comme y = x (1 + t) devient:

$$y = 1{,}021\ x$$

Cette équation est 1 'équation d'une droite qui passe par l'origine (y = 0 lorsque x = 0) et dont la pente est égale à 1,021 (voir le Graphique 2.1). Le salaire de 1986, y , est exprimé en fonction du salaire de 1985, x , par une relation linéaire.

Dans un autre cas particulier, celui d'une augmentation en montant fixe, où l'augmentation serait par exemple de \$0,29 pour chaque salaire, l'expression $y = x + tx$ devient:

$$y = x + 0{,}29$$

Cette équation est également l'équation d'une droite dont la pente est cette fois égale à 1 et qui ne passe pas par l'origine (voir le Graphique 2.2). Le fait que $y = 0{,}29$ lorsque $x = 0$ signifie tout simplement que la majoration de \$0,29 est accordée à tous les niveaux de salaires sans exception; cela inclut le cas où $x = 0$, même si d'un point de vue pratique cette valeur de x se trouve à l'extérieur de l'intervalle salarial qui nous intéresse.

Les deux cas qui viennent d'être considérés sont donc deux cas particuliers d'une relation qu'on peut établir entre le salaire d'une année et le salaire de l'année suivante. Cette relation est l'équation d'une droite dont l'expression générale est:

$$y = a\,x + b \tag{2.3}$$

Dans le premier cas particulier, celui du pourcentage fixe, nous avons simplement:

$$a = 1{,}021 \quad \text{et} \quad b = 0.$$

Dans le deuxième cas, celui du montant fixe, nous avons:

$$a = 1 \qquad \text{et} \quad b = 0{,}29.$$

Une infinité d'autres cas sont possibles en fonction des choix à faire quant aux modalités de réduction des écarts. Les paramètres a et b de 1 'équation $y = ax + b$ seront déterminés en fonction de ces choix.

Avant d'aborder comme tel la méthode dite "de la ligne droite" cependant, il faut encore préciser une chose. La relation linéaire dont il vient d'être question est une relation entre le <u>salaire</u> (x) d'une année et le <u>salaire</u> (y) de l'année suivante. Il ne faut pas confondre cette relation avec celle, pas nécessairement linéaire, qui relie le <u>salaire</u> (x) avec le <u>taux d'augmentation</u> (t) de ce salaire. Dans le cas de la méthode du montant fixe par exemple, la relation entre y et x est <u>linéaire</u>, comme on vient de le voir:

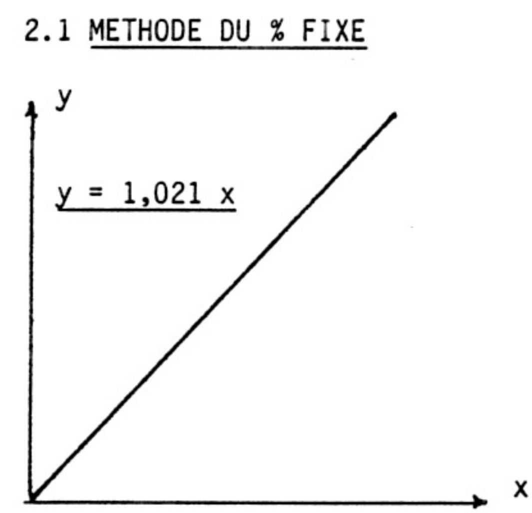
$$y = x + 0{,}29$$

GRAPHIQUES 2.1, 2.2, 2.3.

Relation entre le salaire d'une année (x) et le salaire de l'année suivante (y).

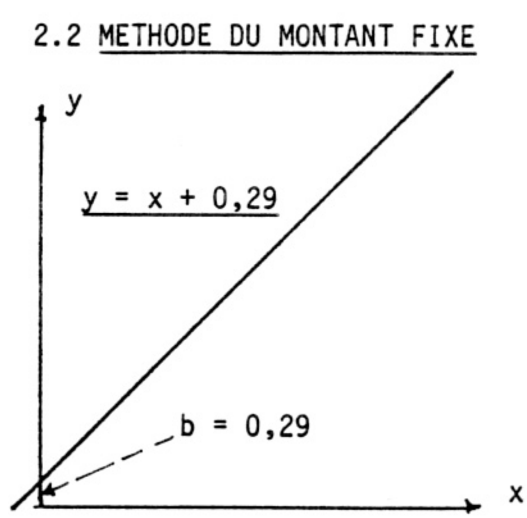
2.1 MÉTHODE DU % FIXE

Retour à la table des matières



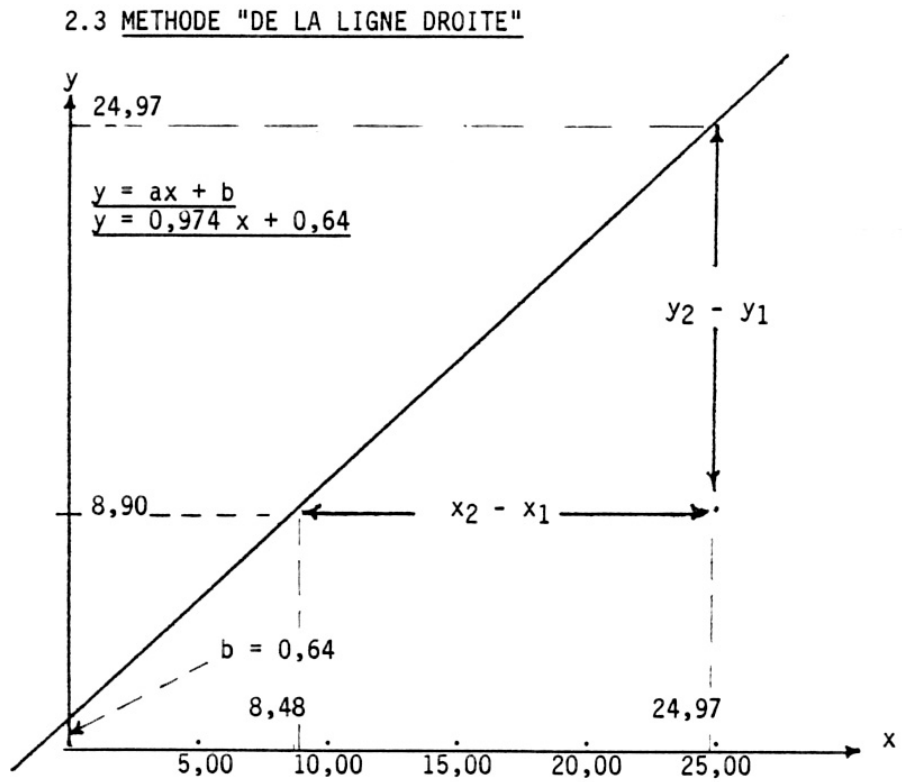
2.2 MÉTHODE DU MONTANT FIXE

Retour à la table des matières



2.3 MÉTHODE « DE LA LIGNE DROITE »

Retour à la table des matières



Mais, la relation entre le salaire (x) et le taux d'augmentation (t), comme cela a été démontré dans la section précédente, est une relation hyperbolique:

$$t\,x = 0{,}29 \qquad \text{ou} \quad t = \frac{0{,}29}{x}$$

Cela n'est nullement un hasard. Il s'agit au contraire d'une propriété générale. En effet, <u>si la relation entre y et x est linéaire</u> (y = ax + b), et que ni a ni b n'est nul, alors <u>la relation entre t et x est nécessairement hyperbolique</u>.

En voici la démonstration dans le cas particulier qui nous intéresse ici:

d'une part, y = x + 0,29

d'autre part, le taux d'accroissement du salaire est donné par l'expression [6]:

$$t = \frac{y - x}{x}$$

Il s'en suit, en substituant la 1re équation dans la 2e :

$$t = \frac{x + 0{,}29 - x}{x} \quad \text{ou} \quad t = \frac{0{,}29}{x}$$

qui est l'équation d'une hyperbole.

La méthode de réduction des écarts désignée dans les documents syndicaux comme méthode "de la ligne droite" tire son nom de ce qu'elle se fonde précisément sur l'utilisation d'une relation linéaire, y = ax + b, entre le salaire d'une année (y) et celui de 1'année précédente (x). De ce point de vue, on peut certes en parler comme d'une méthode de la ligne droite, mais ce n'est pas une caractéristique qui lui appartient en exclusivité. Et on pourrait tout autant utiliser cette expression, comme on vient de le voir, pour parler de la méthode du montant fixe ou de celle du pourcentage fixe qui, toutes deux, sont des méthodes de la ligne droite si on les envisage du point de vue des rapports entre x et y.

La méthode "de la ligne droite" ne se distingue pas des autres de ce point de vue. Elle s'en distingue uniquement du fait qu'elle permet toutes les combinaisons possibles des valeurs des paramètres a et b dans l'équation y = ax + b, alors que les méthodes du montant fixe et du pourcentage fixe sont de simples cas particuliers où a = 1 dans le premier cas et b =0 dans le deuxième.

Pour établir l'équation d'une droite, il est nécessaire, et suffisant, de connaître les coordonnées (x et y) de deux points de la droite, soit (x_1, y_1) et (x_2, y_2). Celles-ci seront obtenues en fixant le taux d'augmentation salarial désiré, par exemple au salaire minimum et au salaire maximum, ou au salaire minimum et au salaire moyen, ou pour n'importe quel autre choix de deux niveaux de salaires. Choisissons ici le salaire minimum x_1 = \$8,48 et le salaire maximum x_2 = \$24,97 et donnons leur respectivement des augmentations de 5% et de 0%. Cette hypothèse est

6 Par exemple, si x = 100 et y = 110, l'augmentation est y - x = 110 - 100 = 10 et le taux d'augmentation :

$$\frac{y - x}{x} = \frac{110 - 100}{100} = \frac{10}{100} = 10\%.$$

précisément celle que retenait la FTQ pour les augmentations salariales de 1986 dans les propositions de négociation rappelées plus tôt.

Accru de 5%, le salaire minimum passe de x_1 = \$8,48 en 1985 à y_1 = \$8,90 en 1986. Accru de 0%, le salaire maximum de x_2 = \$24,97 en 1985 reste au même niveau en 1986, y_2 = \$24,97.

Nous avons donc (voir le Graphique 2.3) deux points A et B par lesquels nous pouvons faire passer une droite. Les coordonnées de ces deux points sont:

A : $x_1 = 8{,}48 \qquad y_1 = 8{,}90$

B : $x_2 = 24{,}97 \qquad y_2 = 24{,}97$

Il reste à déterminer l'équation de la droite y = ax + b. Le paramètre a est la pente de la droite. Celle-ci est tout simplement le rapport entre 1 'écart salarial (en valeur absolue) de 1986 ($y_2 - y_1$) et l'écart salarial de 1985 ($x_2 - x_1$):

$$a = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$$

- Si 1'écart salarial de 1986 est plus grand que celui de 1985, la valeur de a sera supérieure à 1. C'est le cas notamment de la méthode du pourcentage fixe pour laquelle nous avons déjà vu que a = 1,021. Mais c'est aussi le cas d'augmentations en pourcentages faiblement décroissants tel qu'illustré par le 2e exemple du Tableau 2.1 pour lequel on peut facilement vérifier que a = 1,0073.

- Si 1 'écart salarial de 1986 est égal à celui de 1985, 1a valeur de a sera exactement égale à 1. C'est le cas de la méthode du montant fixe comme nous venons de le voir.

- Enfin, si l'écart salarial de 1986 est inférieur à celui de 1985, la valeur de a sera inférieure à 1. C'est le cas d'augmentations en pourcentages plus fortement décroissants comme celui du 4e exemple du Tableau 2.1.

Vérifions que dans ce cas a est effectivement inférieur à 1

$$a = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1) = \frac{24{,}97 - 8{,}90}{24{,}97 - 8{,}48} = \frac{16{,}07}{16{,}49} = 0{,}9742874$$

La valeur du paramètre b peut maintenant être calculée. On l'obtient en substituant dans

y = ax + b une valeur quelconque de x et la valeur correspondante de y , par exemple :

$x_1 = 8{,}48$ et $y_1 = 8{,}90$, de même que la valeur de b qui vient d'être calculée :

$$8{,}90 = (0{,}9743 \times 8{,}48) + b$$

$$b = 8{,}90 - (0{,}9743 \times 8{,}48)$$

$$b = 0{,}6420424$$

L'équation y = ax + b s'écrit donc, en arrondissant les valeurs de a et b :

$$y = 0{,}9743\, x + 0{,}64$$

Nous connaissons la signification de a. Il reste à clarifier celle de b. Dans le cas du montant fixe, nous avions y = x + 0,29. Chaque salaire était augmenté du même montant $0,29. L'interprétation de b = 0,29 allait de soi. Ici, b = 0,64. Chaque salaire est augmenté de $0,64. Mais, chaque salaire est aussi diminué de 2,57 % (1 - 0,9743 = 0,0257) avant d'être augmenté de $0,64, selon la formule que nous venons d'obtenir y = 0,9743 x + 0,64. Et cette diminution de 2,57 % est d'autant plus grande que le salaire est élevé. À la limite, pour le salaire maximum de $24,97, cette diminution est exactement égale à $0,64, compensant l'augmentation du même montant pour maintenir le salaire à $24,97. On peut dire que c'est seulement à un salaire nul que l'augmentation serait de $0,64. Déjà au salaire minimum de $8,48, elle n'est que de $0,42, soit :

$0,64 moins 2,57% de $8,48 = $0,64 - $0,22 = $0,42.

Elle diminue ensuite graduellement pour atteindre 0 au salaire maximum.

La relation linéaire y = ax + b qui vient d'être établie relie le salaire de 1986 à celui de 1985. Qu'en est-il maintenant de la relation entre le salaire de 1985 (x) et le taux d'augmentation (t) de ce salaire? Il s'agit bien d'un taux décroissant, mais comment varie ce taux décroissant en fonction du salaire?

Rappelons d'abord la définition du taux d'augmentation

$$t = \frac{y - x}{x}$$

dans laquelle nous substituons y = ax + b. Alors :

$$t = \frac{ax + b - x}{x} = \frac{b - x\ (1 - a)}{x} = \frac{b}{x} - (1 - a)$$

Définissons un nouveau paramètre : c = 1 - a.

Dans l'exemple numérique, nous aurions : c = 1 - 0,9743 = 0,0257.

Nous obtenons alors:

$$r = \frac{b}{x} - c \tag{2.4}$$

Les valeurs de t calculées pour diverses valeurs de x à l'aide de cette formule sont présentées dans le Tableau 2.3 avec la courbe représentant les variations de t en fonction de x dans le Graphique correspondant.

L'équation (2.4) est l'équation d'une hyperbole dont l'asymptote horizontale n'est pas l'axe des x mais un axe parallèle à l'axe des x, situé sous cet axe à une distance égale à c, c'est-à-dire à une distance de 0,0257 (ou 2,57%) dans le cas de notre exemple numérique (voir le Graphique).

On peut faire le rapprochement avec l'équation (2.1) obtenue plus tôt dans le cas de l'augmentation en montant fixe si on réécrit l'équation (2.4) comme:

$$(t + c) = \frac{b}{x} \quad \text{ou} \quad (t + c)\, x = b \tag{2.5}$$

Si on définit une nouvelle variable t' = t + c, ces équations deviennent:

$$t' = \frac{b}{x} \quad \text{ou} \quad t'\, x = b \tag{2.6}$$

c'est-à-dire les mêmes équations que celles qui ont été obtenues dans la section traitant du montant fixe, équations (2.1). Il y a une seule différence. La courbe, qui est toujours une hyperbole, est déplacée vers le bas. C'est tout. Chaque point de la courbe, pour une valeur de x donnée, peut être définie par rapport à la nouvelle variable t' = t + c et on peut vérifier que t'x = 0,64 pour chacune d'elles.

Pour x = 8,48, t = 5% et t' = 7,57%, d'où t'x = 0,64.

Pour x = 24,97, t = 0% et t' = 2,57%, d'où t'x = 0,64, etc.

Si on laissait x augmenter sans limites, t' se rapprocherait de plus en plus de 0, la courbe tendrait "en asymptote" vers le nouvel axe horizontal. Bien sûr, il s'agit là d'une situation hypothétique puisque alors, t deviendrait négatif, ce qui voudrait dire une diminution de salaire pour tout salaire au delà de $24,97. En pratique, nous n'avons pas à nous préoccuper de cela; il suffirait de décider que le taux est nul pour tout salaire supérieur ou égal à $24,97. À des fins d'illustration cependant, il est utile de préciser ces détails. À première vue, il peut sembler contradictoire qu'une hyperbole, traduisant le principe d'une augmentation constante en dollars (t'x = 0,64 dans le cas présent pour n'importe quel niveau de salaire), soit la forme de courbe qui relie t et x dans une situation où l'augmentation en dollars varie d'un salaire à l'autre. En réalité la contradiction n'est qu'apparente. Nous avons bien, au salaire de $8,48 en particulier, t'x = $0,64 = 7,57% de $8,48. Mais l'augmentation réelle au salaire de $8,48 est de 5% et non de 7,57%. Le rapport entre ces quantités saute aux yeux à partir des expressions

$$t = \frac{b}{x} - c = \frac{0{,}64}{8{,}48} - 0{,}0257 = 0{,}0757 - 0{,}0257 = 5\%$$

$$\text{et} \quad (t + c)\,x = b \quad \text{ou} \quad tx = b - cx = 0{,}64 - 0{,}0257 \times 8{,}48$$

$$= 0{,}64 - 0{,}22 = 0{,}42$$

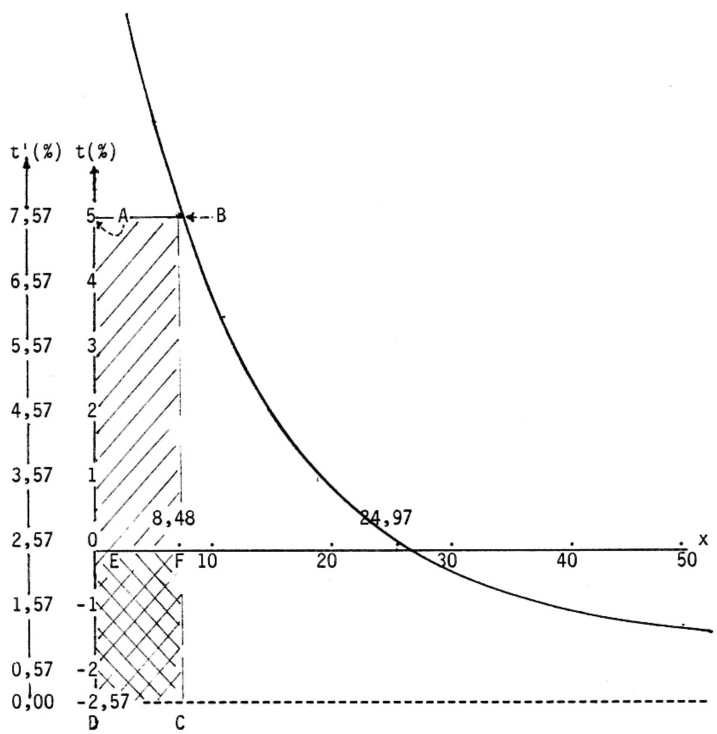
Du montant de $0,64, il faut soustraire 2,57% de $8,48, soit $0,22, pour obtenir les $0,42 d'augmentation au salaire de $8,48. Cela a déjà été expliqué plus tôt au moment où la signification du paramètre b a été dégagée. Un coup d'œil rapide au Graphique qui accompagne le Tableau 2.3 permet également de s'en rendre compte visuellement. Du rectangle ABCD dont la surface est égale à

t'x = 7,57% x $8,48 = $0,64, il faut soustraire le rectangle CDEF dont la surface est égale à cx = 2,57% x $8,48 = $0,22. Le rectangle ABEF dont la surface est 5% x $8,48 = $0.42 est ainsi obtenu. La même illustration pour d'autres niveaux de salaires permet de voir que l'augmentation diminue progressivement pour devenir nulle au salaire maximum.

TABLEAU 2.3
Augmentations salariales à taux décroissants

Retour à la table des matières

MÉTHODE DE LA "LIGNE DROITE"			
x($)	t(%)	tx($)	y($)
8.48	5.0000000	0.42	8.90
13.71	2.1117677	0.29	14.00
24.97	0.0000000	0.00	24.97
9.00	4.5625497	0.41	9.41
11.00	3.2654942	0.36	11.36
13.00	2.3675328	0.31	13.31
15.00	1.7090277	0.26	15.26
17.00	1.2054650	0.20	17.20
19.00	0.8079155	0.15	19.15
21.00	0.4860897	0.10	21.10
23.00	0.2202336	0.05	23.05
25.00	-0.0030855	0.00	25.00
1.00	61.6329897	0.62	1.62
2.00	29.5308672	0.59	2.59
5.00	10.2695937	0.51	5.51
50.00	-1.2871704	-0.64	49.36
100.00	-1.9292129	-1.93	98.07



Il est maintenant possible de généraliser un résultat obtenu plus tôt dans le cas de l'augmentation en montant fixe:

Lorsque la relation entre x et y est une droite, $y = ax + b$

la relation correspondante entre x et t est une hyperbole,

$$t = \frac{b}{x} - c \quad \text{où} \quad c = 1 - a$$

a) Dans le cas d'augmentations à taux fortement décroissants (réduisant l'écart en valeur absolue entre salaire maximum et salaire minimum), le paramètre a, la pente de la droite $y = ax + b$, est inférieur à 1. La valeur de $c = 1 - a$ est donc positive et l'hyperbole qui relie t à x a comme asymptote horizontale un axe parallèle à l'axe des x et situé sous lui à une distance égale à c (Graphique 2.4a). Ce cas vient d'être étudié avec $a = 0{,}9743 < 1$, $b = 0{,}64$ et $c = 0{,}0257$ ou 2,57%.

b) Dans le cas particulier d'une augmentation en montant fixe (laissant inchangé l'écart en valeur absolue entre salaire maximum et salaire minimum), le paramètre a étant égal à 1, $c = 1 - a$ est donc nul et l'hyperbole qui relie t à x a l'axe des x comme asymptote horizontale (Graphique 2.4b). Ce cas a été étudié dans la section 2.2.

c) Dans le cas d'augmentations à taux faiblement décroissants (augmentant l'écart en valeur absolue entre salaire maximum et salaire minimum, mais réduisant l'écart exprimé en rapport), le paramètre a est supérieur à 1. L'hyperbole qui relie t à x a comme asymptote horizontale un axe parallèle à l'axe des x et situé au dessus de lui à une distance égale à c. C'est le cas du 2^{e} exemple du Tableau 2. 1. Dans ce cas, l'augmentation est de 2,9% au salaire minimum et de 1,5% au salaire maximum. La valeur de $a = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$ est de 16,61 / 16,49 = 1,0073, celle de b = 0,1842, celle de c = 1 - a = 1 - 1,0073 = - 0,0073. Toute l'hyperbole se situe au dessus d'un axe parallèle à l'axe des x à une distance de t = 0,0073 ou t = 0,73% <u>au dessus</u> de lui (voir le Graphique 2.4c).

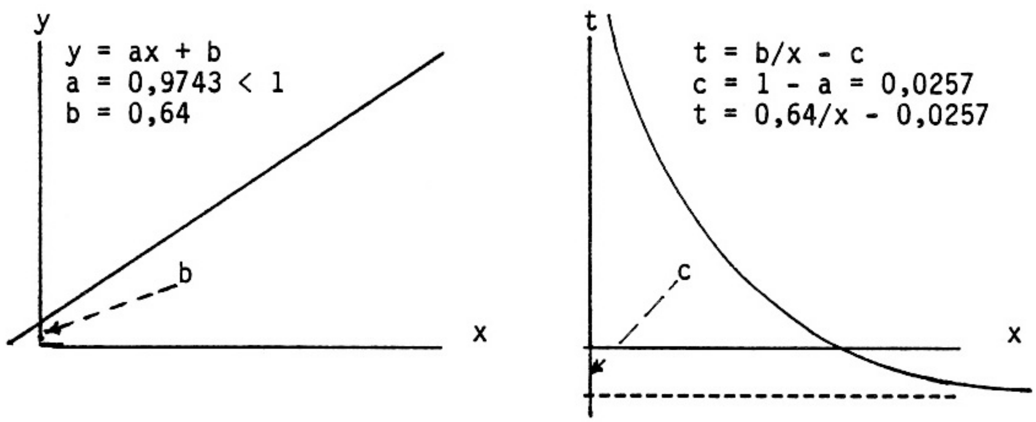
Graphique 2.4

Augmentations à taux décroissants. Cas général et cas particuliers

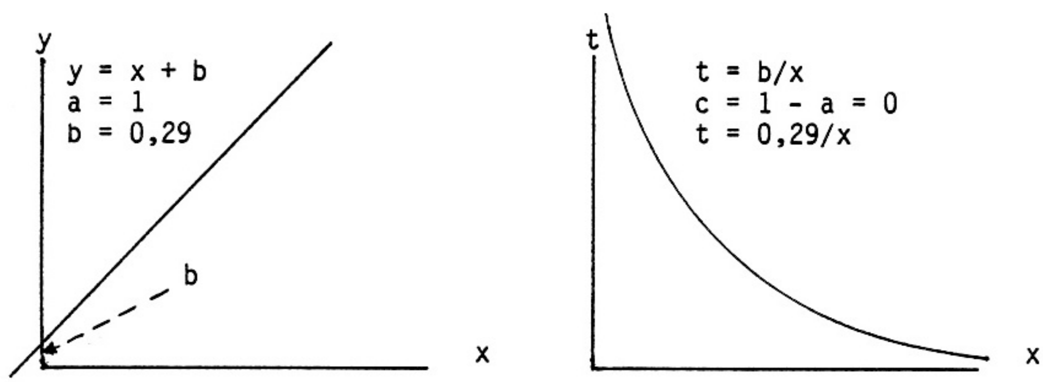
Retour à la table des matières

a) Augmentations à taux fortement décroissants

Ex: 5% au salaire minimum
0% au salaire maximum

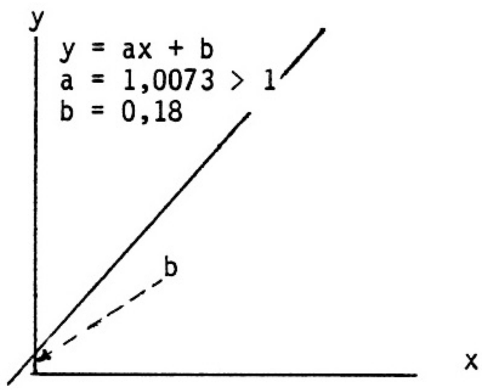


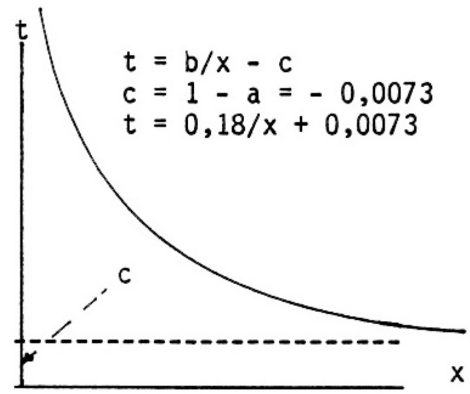
b) Augmentations en montant fixe Ex: égales à 2,1% du salaire moyen.



c) Augmentations à taux faiblement décroissants

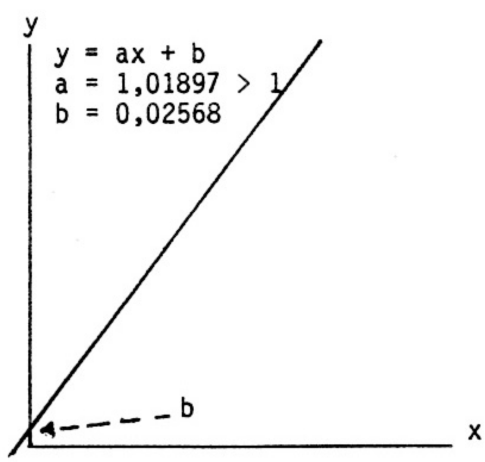
Ex: 2,9% au salaire minimum
1,5% au salaire maximum

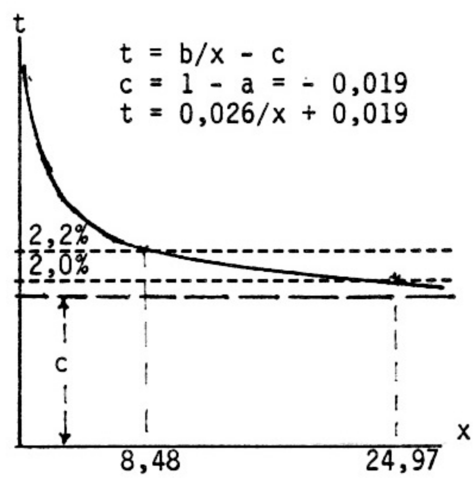




d) Augmentations à taux très faiblement décroissants

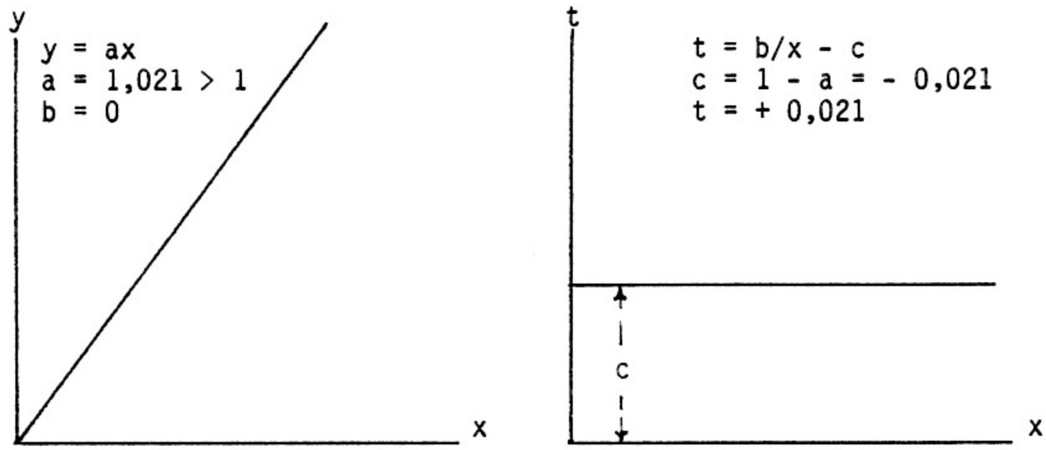
cas voisin du cas limite (% fixe).
Ex: 2,2% au salaire minimum, 2,0% au salaire maximum





e) Augmentations en pourcentage fixe

cas limite. Ex:2,1%



Il y a une infinité de situations possibles, chacune correspondant à un choix particulier de hausses salariales définies pour deux points de l'échelle salariale[7], par exemple le salaire minimum et le salaire maximum. Chacun de ces choix peut être représenté par une droite y = ax + b reliant les salaires de deux années successives et par une hyperbole t = b/x - c, où c = 1 - a, reliant le salaire et son taux d'accroissement. À chaque droite correspond une hyperbole et l'une et l'autre décrivent la même situation vue sous des angles différents.

Parmi l'infinité de choix possibles, il y a le cas particulier de 1'augmentation en montant fixe pour 1equel 1a pente de 1a droite y = ax + b est égale à 1 et pour lequel en conséquence l'axe de référence de l'hyperbole reliant t et x est l'axe des x. Mais il y a un autre cas particulier à considérer, celui vers lequel on tend lorsqu'on se rapproche d'un pourcentage fixe, c'est-à-dire lorsque l'augmentation se fait à des taux de plus en plus faiblement décroissants. Le cas limite, celui d'un pourcentage fixe, a déjà été discuté plus tôt. La relation entre y et x est également une droite dont la pente est supérieure à 1 (a = 1,021 dans l'exemple numérique utilisé), mais pour laquelle b = 0. Il s'en suit donc que la relation entre t et x, l'hyperbole t = b/x - c, se réduit dans ce cas à t = - c, où c = 1 – a est négatif puisque

7 Il suffit de définir deux points pour que tous les autres le soient. Par deux points il ne peut passer qu'une droite, et il ne peut passer qu'une hyperbole définie par rapport à un système d'axes donné. On peut appeler ces deux points les « points d'ancrage » de la courbe.

$a > 1$. L'équation $t = -c$ est l'équation d'une droite parallèle à l'axe des x située au dessus de cet axe à une distance c (Graphique 2.4e).

Pour illustrer le caractère limite d'une augmentation en pourcentage fixe, supposons par exemple un taux de 2,2% au salaire minimum et de 2,0% au salaire maximum. On peut calculer les valeurs correspondantes de :

$a = 1{,}01897$, $b = 0{,}02568$ et de $c = 1 - a = 1 - 1{,}019 = -0{,}019$.

L'asymptote est donc au dessus de l'axe des x à une distance de $t = +0{,}019$ ou + 1,9%. Les taux de 2,2% au salaire minimum et de 2,0% au salaire maximum sont juste au dessus de cette asymptote, dans la région de la courbe où celle-ci est pratiquement horizontale. Cette situation montre intuitivement en quoi le cas du pourcentage fixe, ici t = 2,1%, représente la limite vers laquelle tend une augmentation à taux de plus en plus faiblement décroissants (voir Graphique 2.4d).

2.4 La méthode de l'exponentielle

Retour à la table des matières

Dans les méthodes de réduction des écarts envisagées jusqu'ici, nous avons établi une relation du type $t = b/x - c$ entre le salaire x et son taux d'accroissement t. Cette relation, désignée comme une relation hyperbolique, est une relation inverse de type particulier entre t et x. Elle est une manière parmi d'autres de faire diminuer le taux d'accroissement du salaire lorsqu'on s'élève dans l'échelle salariale.

Nous allons maintenant supposer un autre type de relation entre t et x, une relation exponentielle. Au-delà du terme un peu rébarbatif qui la désigne, cette relation est très simple. En fait, elle est présente dans la réalité de tous les jours. Chaque fois qu'il est question d'un compte en banque portant intérêt, d'une accumulation d'épargne, du remboursement d'une hypothèque, de la croissance de la population mondiale, de l'augmentation du PNB, etc., il est question d'exponentielles.

En termes simples, une variable qui augmente (ou diminue) de manière exponentielle est une variable qui augmente (ou diminue) en proportion de sa valeur. Pour illustrer, prenons l'exemple classique de l'intérêt composé. Une somme déposée dans un compte de banque augmente avec le temps à un rythme qui dépend du taux d'intérêt et du nombre de fois que l'intérêt est composé dans une année. Les intérêts ajoutés en fin de période à la somme déjà accumulée en début de période, augmentent cette somme déjà accumulée. Les intérêts de la période suivante, proportionnels à la nouvelle somme, seront à leur tour supérieurs aux intérêts de la période précédente et le tout augmentera à un rythme sans cesse croissant, toute nouvelle augmentation étant proportionnelle à la nouvelle somme accumulée. Cela est bien connu de tous. Il suffit de préciser que la croissance observée ici est justement une croissance exponentielle.

Si So est la somme initialement déposée et Sn la somme accumulée après n années, nous pouvons écrire la relation suivante:

$$S_n = S_0 (1 + j)^n \text{ où j est le taux d'intérêt annuel.}$$

En supposant que $S_0 = 100$ et $j = 6\%$ composé annuellement, alors :

$$S_n = 100 (1,06)^n$$

d'où $S_1 = \$106$, $S_2 = \$112,36$, ... $S_{10} = \$179,08$ ... $S_{20} = \$320,71$.

Plus la somme accumulée est élevée, plus l'accroissement annuel de cette somme est élevé, à un taux constant de 6% (voir le Graphique 2.5).

Inversement, si la somme initiale $S_0 = \$100$, au lieu de fructifier chaque année, se déprécie à un rythme constant de 6% qui serait par exemple le taux annuel moyen d'inflation, nous aurions alors la relation:

$$S_n = S_0 / (1 + j)^n = S_0 (1 + j)^{-n}$$

d'où : $S_1 = \$94,34$, $S_2 = \$89,00$, ... $S_{10} = \$55,84$ ... $S_{20} = \$31,18$.

Plus S s'est dépréciée, moins la nouvelle dépréciation annuelle sera grande à un taux constant de 6% (voir le Graphique 2.5).

Supposons maintenant que l'intérêt est composé plus d'une fois par année. Si le taux est toujours de 6% sur une base annuelle, mais qu'il est composé 2 fois au cours de l'année (composition semestrielle), le facteur d'accroissement annuel ne sera plus : $(1 + j) = 1,06$,

mais : $(1 + j/2)^2 = (1 + 0,03)^2 = 1,0609$

De même, pour une composition trimestrielle (4 fois l'an) nous avons:

$$(1 + j/4)^4 = (1 + 0,015)^4 = 1,0614$$

Pour une composition mensuelle (12 fois l'an):

$$(1 + j/12)^{12} = (1 + 0{,}005)^{12} = 1{,}0617$$

Pour une composition quotidienne (365 fois l'an):

$$(1 + j/365)^{365} = (1 + 0{,}000164)^{365} = 1{,}0618$$

La formule générale du facteur d'accroissement annuel, en fonction du nombre de compositions par an est:

$$(1 + i) = (1 + j/m)^{m}$$

et par suite:

$$S_n = S_0\,(1 + i)^n \quad \text{ou} \quad S_n = S_0\,(1 + j/m)^{mn}$$

Dans la formule $(1 + i) = (1 + j/m)^m$, lorsque m augmente, $(1 + i)$ augmente, mais à un rythme décroissant, comme on peut le constater en examinant les valeurs successives qui viennent d'être calculées. En particulier, lorsqu'on passe d'une composition mensuelle ($m = 12$) à une composition quotidienne ($m = 365$), l'augmentation de $(1 + i)$ est minime, de 1,0617 à 1,0618, plus précisément à 1,061831326.

Si nous permettions à m d'augmenter sans limites, en passant par une composition à chaque heure, chaque minute, chaque seconde ou fraction de seconde, nous arriverions à une composition continue et le facteur correspondant d'accroissement annuel serait alors:

$$(1 + i) = \lim_{m \to \infty} (1 + j/m)^m = e^j \quad \text{(ou exponentielle de j)}$$

La limite vers laquelle tend le facteur $(1 + j/m)^m$ lorsque m augmente sans limites (tend vers l'infini) est donnée par l'expression e^j, où e est un nombre égal à 2,718281828....

Si $j = 6\%$, alors $e^j = e^{0{,}06} = 1{,}061836547$, nombre légèrement supérieur au facteur d'accroissement annuel calculé plus haut dans le cas d'une composition quotidienne de l'intérêt. Lorsque la composition est continue, S_n évolue donc selon la formule:

$$S_n = S_0\, e^{jn}$$

Avec les données de l'exemple numérique précédent, nous aurions:

$S_1 = \$106{,}18$, $S_2 = \$112{,}75$ ... $S_{10} = \$182{,}21$, $S_{20} = \$332{,}01$

La courbe $S_n = S_0\ e^{jn}$ se trouve juste au dessus de la courbe $S_n = S_0\ (1 + j)^n$ sur le Graphique 2.5 pour $n > 0$ (en dessous pour $n < 0$).

Dans le cas d'une exponentielle décroissante, nous avons $S_n = S_0\ e^{-jn}$

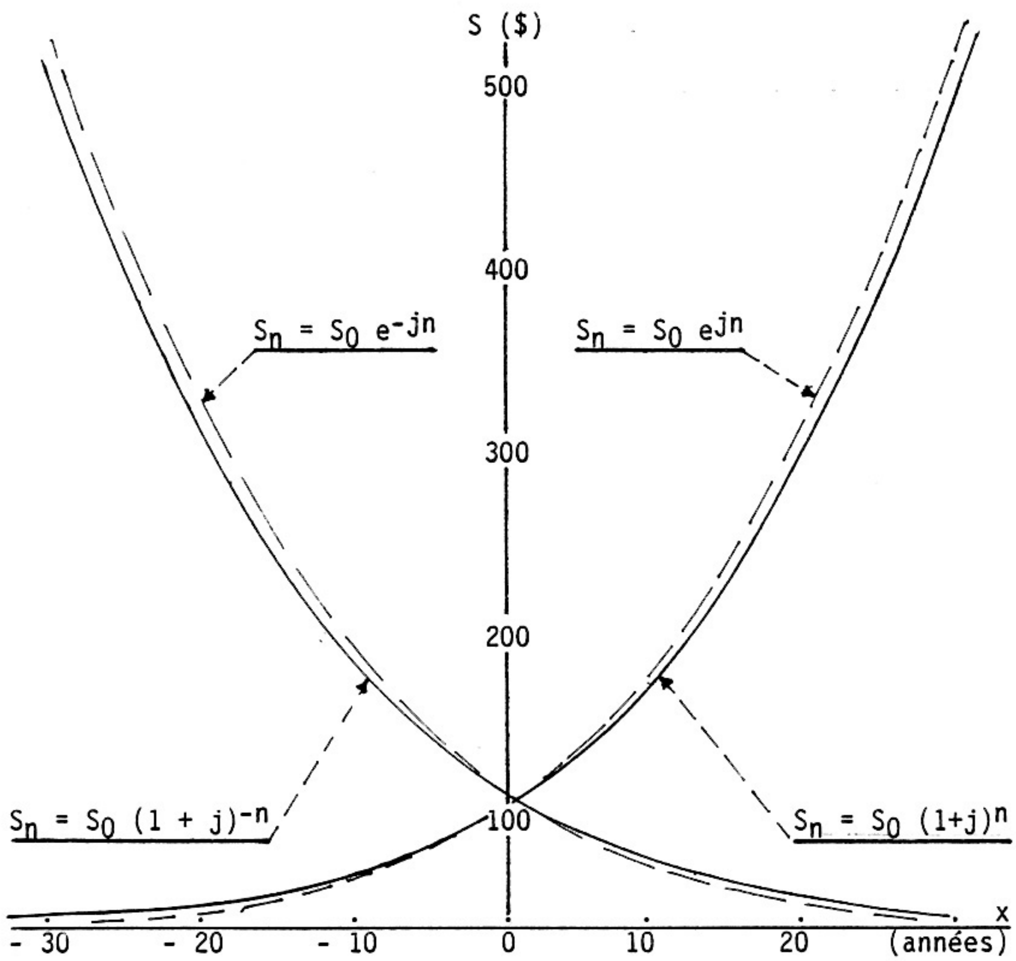
Ici encore avec les données de l'exemple numérique précédent, nous aurions:

S_1 = \$94,18 S2 = \$88,69 … S_{10} = \$54,88 … S_{20} = \$30,12

La courbe $S_n = S_0\ e^{-jn}$ se trouve (pour n>0) juste sous la courbe $S_n = S_0\ (1 + j)^{-n}$ sur le Graphique 2.5 (au-dessus pour n<0).

GRAPHIQUE 2.5
Croissance et décroissance exponentielles

Retour à la table des matières



À mesure que n augmente, l'exponentielle croissante $S_n = S_0 e^{jn}$ augmente également et à un rythme toujours plus grand. Lorsque n tend vers 1'infini, S_n tend également vers l'infini. Si on recule maintenant dans le temps pour examiner le comportement de la courbe lorsque n prend des valeurs négatives, on voit alors la courbe se rapprocher de plus en plus de l'axe horizontal, l'axe des n, en "asymptote", sans jamais l'atteindre.

Cela signifie en fait qu'une somme d'argent, si minime soit-elle au départ à un moment aussi reculé qu'on le veut dans le temps, aura grossi à un taux de croissance annuel donné et fini par atteindre le niveau de $100 aujourd'hui, au temps n = 0, et continuera par la suite à augmenter au même taux pour devenir aussi grande que l'on veut au terme d'une période de temps suffisamment longue.

Pour ce qui est de l'exponentielle décroissante $S_n = S_0 e^{-jn}$, la somme initiale S_0 de $100 au temps n = 0 se déprécie à un taux annuel constant pour devenir de plus en plus petite à mesure que le temps avance, mais sans jamais devenir nulle, les diminutions successives à chaque année étant elles-mêmes toujours plus petites puisqu'elles sont un pourcentage constant d'une somme en diminution constante. La courbe tend donc vers 1'axe horizontal, l'axe des n, "en asymptote", à mesure que n augmente. Si on recule maintenant dans le temps, la valeur de S_n augmente sans limites à mesure que n prend des valeurs négatives de plus en plus grandes. Cela signifie qu'une somme aussi grande que 1'on veut à un moment aussi reculé qu'on le veut dans le temps finira par se déprécier à un taux de croissance annuel donné pour atteindre $100 au temps n = 0 et continuera par la suite à se déprécier au même taux sans jamais pour autant atteindre une valeur tout à fait nulle.

L'expression d'une relation exponentielle, dégagée ici à partir d'un exemple illustratif, peut bien entendu être obtenue mathématiquement sans l'aide d'un tel exemple, à partir de la caractérisation donnée plus tôt, à savoir qu'une fonction exponentielle est une fonction qui varie proportionnellement à sa valeur. Pour éviter de rompre la continuité du texte, cette démonstration est reportée à l'Annexe A où le lecteur intéressé pourra la trouver. Sa lecture toutefois n'est pas essentielle à la compréhension des pages qui suivent.

Les équations $S_n = S_0 e^{jn}$ et $S_n = S_0 e^{-jn}$ représentent l'évolution exponentielle d'une somme d'argent S_n en fonction du temps (le nombre d'années, n) à partir d'une valeur initiale S_0 et pour un facteur de proportionnalité donné j (le taux d'intérêt annuel). Dans un cas, l'exponentielle est croissante, dans l'autre elle est décroissante.

Supposons que nous voulions maintenant établir une relation de type exponentiel entre le taux d'accroissement salarial t et le salaire x. Nous voudrions plus précisément que le taux d'accroissement diminue à mesure que le salaire augmente, et ceci à partir d'une valeur initiale de t, désignée comme t_0, qui pourrait être le taux d'accroissement au salaire minimum par exemple. Si nous remplaçons tout simplement les symboles appropriés dans la formule de l'exponentielle décroissante $S_n = S_0 e^{-jn}$ obtenue plus haut, nous obtenons:

$$t = t_0 e^{-rx}$$

où r est le facteur de proportionnalité qui indique à quelle vitesse le taux d'accroissement salarial diminue à mesure que le salaire augmente; r correspond au taux de dépréciation de l'argent dans l'exemple précédent.

Mais, telle quelle, cette expression est incomplète. Dans le cas de $S_n = S_0 e^{-jn}$, la valeur initiale S_0 est la valeur que prend S_n lorsque $n = 0$, c'est-à-dire en début de période. Et nous pouvons vérifier que pour $n = 0$,

$$S_n = S_0 e^0 = S_0$$

puisque n'importe quel nombre élevé à la puissance 0 est égal à 1. Ce n'est pas le cas ici.

La valeur initiale t_0 correspond à un salaire x_0 qui n'est pas un salaire nul, mais le salaire minimum, par exemple \$8,48. Il faut donc réécrire la formule comme suit:

$$t = t_0 e^{-r(x - x_0)} \qquad (2.7)$$

auquel cas, lorsque $x = x_0$, nous avons bien $t = t_0$.

Si nous posons, comme dans les sections précédentes, un taux d'augmentation de 5% au salaire minimum de \$8,48, l'équation (2.7) s'écrit alors:

$$t = 0{,}05\, e^{-r(x - 8{,}48)} \qquad (2.8)$$

La valeur initiale de t est $t_0 = 5\%$. Le taux d'accroissement salarial t diminue exponentiellement à partir de cette valeur de 5% à mesure que x s'élève au dessus de \$8,48 et proportionnellement à r.

Dans l'équation (2.7) nous avons défini une nouvelle variable, $x' = x - x_0$, qui mesure les salaires en termes d'écart par rapport au salaire minimum x_0 ou $8,48. Nous pouvons réécrire l'équation (2.7) comme:

$$t = t_0 e^{-rx'} \quad \text{ou} \quad t = 0{,}05 e^{-rx'}$$

équation d'une exponentielle décroissante définie par rapport à un nouvel axe vertical passant par x = 8,48 (voir le Graphique du Tableau 2.4).

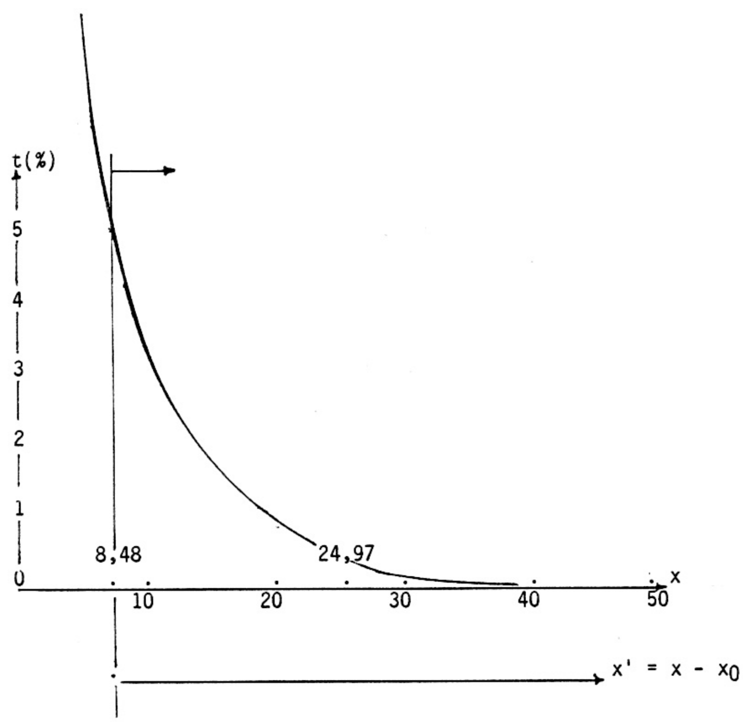
TABLEAU 2.4

AUGMENTATIONS SALARIALES À TAUX DÉCROISSANTS

Retour à la table des matières

MÉTHODE DE L'EXPONENTIELLE

x($)	t(%)	tx($)	y($)
8.48	5.0000000	0.42	8.90
13.71	2.1000000	0.29	14.00
24.97	0.3244059	0.08	25.05
9.00	4.5868131	0.41	9.41
11.00	3.2918354	0.36	11.36
13.00	2.3624639	0.31	13.31
15.00	1.6954784	0.25	15.25
17.00	1.2168004	0.21	17.21
19.00	0.8732657	0.17	19.17
21.00	0.6267199	0.13	21.13
23.00	0.4497804	0.10	23.10
25.00	0.3227956	0.08	25.08
1.00	17.2903092	0.17	1.17
2.00	14.6475940	0.29	2.29
5.00	8.9054711	0.45	5.45
50.00	0.0051052	0.00	50.00
100.00	0.0000013	0.00	100.00



En choisissant de donner à t la valeur de $t_0 = 5\%$ au salaire minimum x_0 de \$8,48, nous avons en quelque sorte choisi un « point d'ancrage » de l'exponentielle. Pour définir entièrement la courbe, il y a deux manières. Ou bien il faut donner au facteur de proportionnalité r une valeur arbitraire comme nous l'avons fait en fixant le taux d'intérêt à 6% dans l'exemple de la somme d'argent qui s'accumule ou se déprécie, et alors tous les points de la courbe peuvent être calculés. Ou bien il faut choisir un autre « point d'ancrage » par lequel nous voudrions que la courbe passe, auquel cas une valeur du paramètre r peut être calculée et par suite tous les points de la courbe.

Comme rien ne peut nous guider *a priori* quant à une valeur possible de r, mieux vaut le calculer à partir d'un choix que nous pouvons faire facilement quant à un taux d'accroissement salarial à un salaire déterminé. Nous pourrions décider par exemple que nous voulons un taux d'augmentation de 2,1% au salaire moyen de \$13,71. Ces valeurs de $t = 0{,}021$ et $x = 13{,}71$ sont substituées dans l'équation (2.8) qu'on peut ensuite résoudre par rapport à r. Cette opération oblige à recourir à certaines notions du calcul logarithmique qui peuvent être consultées à l'Annexe B en cas de besoin. Nous écrivons donc:

$$\ln(t) = \ln(0{,}05) - r(x - 8{,}48)$$

$$\text{d'où} \quad r = [\ln(0{,}05 / t)] * [1 / (x - 8{,}48)] \qquad (2.9)$$

et pour $t = 0{,}021$ et $x = 13{,}71$, nous obtenons:

$$r = [\ln(0{,}05 / 0{,}021)] * [1 / (13{,}71 - 8{,}48)] = 0{,}16587$$

L'équation (2.8) peut donc s'écrire:

$$t = 0{,}05\, e^{-0{,}16587\,(x - 8{,}48)} \qquad (2.10)$$

Pour chaque valeur de x, la valeur de t correspondante peut être calculée à l'aide de (2.10). On peut vérifier par exemple que pour le salaire maximum de $x = \$24,97$, le taux d'accroissement salarial est dans ce cas $t = 0,003244$ ou 0,32%. Les valeurs de t pour diverses valeurs de x, à l'intérieur comme à l'extérieur de l'intervalle salarial compris entre $8,48 et $24,97, sont données au Tableau 2.4 et reproduites sur le Graphique qui l'accompagne. Dans le Tableau 2.4 on retrouve la même répartition en trois blocs que dans les Tableaux précédents.

On constate comme il se doit que dans le cas considéré ici, toute la courbe est au dessus de l'axe des x, dont elle se rapproche de plus en plus à mesure que x augmente. Le taux d'accroissement au salaire maximum est très faible (0,32%) mais non nul. Nous verrons plus loin comment le rendre nul si telle est notre volonté. Mais avant, quelques précisions doivent être apportées quant à l'interprétation à donner au paramètre r.

$r = 0,1659$ ou $r = 16,59\%$ est le rythme auquel le taux d'accroissement salarial t diminue à partir d'un niveau donné lorsque le salaire augmente. Au salaire de $8,48, $t = 5\%$. Si on passe à $9,48 (augmentation de $1) alors le taux d'augmentation du salaire, initialement de 5%, tombe d'un pourcentage de 16,59%, c'est-à-dire de $0,05 \times 0,1659 = 0,0083$ ou 0,83%. À $9,48, le taux d'augmentation du salaire sera donc approximativement de $t = 4,17\%$, et ainsi de suite. Pour les accroissements ultérieurs de x, le taux de 16,59% s'appliquant sur des valeurs de t de plus en plus faibles, les diminutions correspondantes de t seront de plus en plus petites.

Nous pouvons maintenant généraliser les résultats obtenus jusqu'ici pour obtenir une formule d'exponentielle permettant un plus vaste éventail de possibilités, notamment celle de fixer si nous le voulons un taux d'augmentation de 0% au niveau de salaire voulu, le salaire maximum par exemple. L'exponentielle de l'équation (2.7) ne permet pas cette possibilité. Elle est entièrement située au dessus de l'axe horizontal. Mais rien ne nous empêche d'opérer, comme nous l'avons déjà fait dans le cas de l'hyperbole de la section 2.3, une translation de l'axe qui sert d'asymptote et de redéfinir la variable t en variable t' par rapport à ce nouvel axe déplacé vers le bas. Nous venons d'ailleurs d'effectuer une telle redéfinition pour ce qui est de la variable x en posant $x = x - x_0$ ou $x = x - 8,48$.

Définissons donc $t' = t + d$, où d est la distance entre l'axe des x et l'asymptote horizontale, située sous lui, de la nouvelle exponentielle que nous sommes sur le point de définir (voir le Graphique du Tableau 2.5). Si $t' = t + d$, cette relation est vraie pour toute valeur de t en particulier pour t_0. Nous pouvons donc généraliser l'équation (2.7) en écrivant:

$$(t + d) = (t_0 + d)\, e^{-r(x - x_0)} \qquad (2.11)$$

ou

$$t' = t'_0\, e^{-r x'}$$

Dans le cas particulier où $d = 0$, nous retrouvons l'équation (2.7). Si nous choisissons toujours de poser $t = 5\%$ au salaire minimum de \$8,48, l'équation (2.11) devient:

$$(t + d) = (0{,}05 + d)\, e^{-r(x - 8{,}48)} \qquad (2.12)$$

Dans l'équation (2.8) <u>un seul</u> paramètre était inconnu, le paramètre r. Sa valeur a été établie à partir de l'équation (2.9) en choisissant un deuxième « point d'ancrage » par lequel nous voulions que la courbe passe. Ici, <u>deux</u> paramètres sont inconnus, r et d. Nous pouvons résoudre l'équation (2.12) par rapport à r comme nous l'avons fait auparavant pour obtenir l'équation (2.9). Nous obtenons maintenant:

$$\ln (t + d) = \ln (0{,}05 + d) - r (x - 8{,}48)$$

d'où

$$r = \ln [(0{,}05 + d) / (t + d)] * [(1 / (x – 8{,}48)] \qquad (2.13)$$

ou

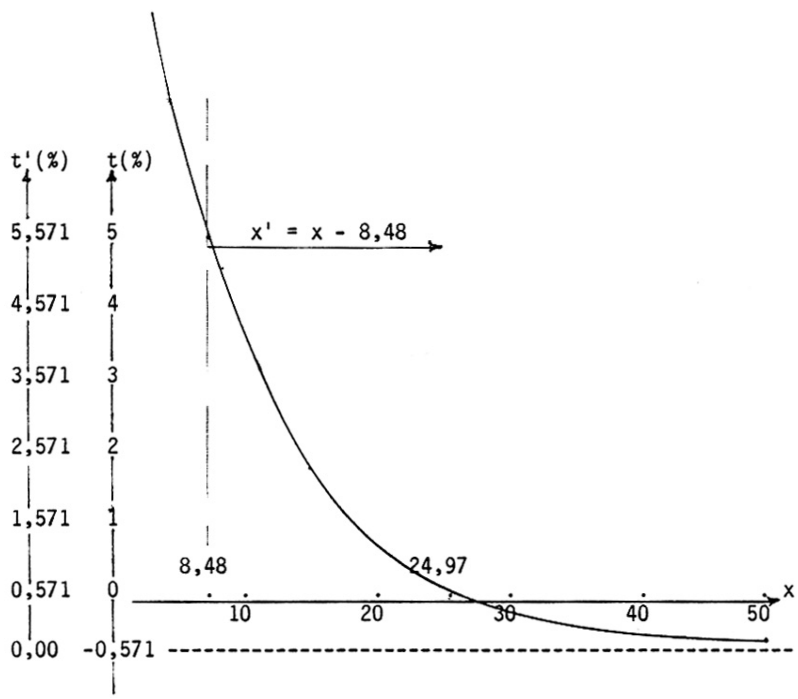
$$r = \ln [(0{,}05 + d) / (t')] * [(1 / (x – 8{,}48)] \qquad (2.14)$$

Tableau 2.5

AUGMENTATIONS SALARIALES À TAUX DÉCROISSANTS

Retour à la table des matières

MÉTHODE DE L'EXPONENTIELLE			
x($)	t(%)	tx($)	y($)
8.48	5.0000000	0.42	8.90
13.71	2.1339909	0.29	14.00
24.97	0.0000000	0.00	24.97
9.00	4.6138525	0.42	9.42
11.00	3.3622259	0.37	11.37
13.00	2.4127428	0.31	13.31
15.00	1.6924654	0.25	15.25
17.00	1.1460635	0.19	17.19
19.00	0.7315633	0.14	19.14
21.00	0.4171237	0.09	21.09
23.00	0.1785900	0.04	23.04
25.00	-0.0023615	0.00	25.00
1.00	15.0852036	0.15	1.15
2.00	13.0651793	0.26	2.26
5.00	8.4387229	0.42	5.42
50.00	-0.5530116	-0.28	49.72
100.00	-0.5709820	-0.57	99.43



L'équation (2.14) est du même type que l'équation (2.9), sauf que la variable est maintenant $t' = t + d$ et non plus t. Si $d = 0$, nous retrouvons l'équation (2.9) et il est alors possible de résoudre par rapport à r en fixant un deuxième point d'ancrage. Si on choisissait comme deuxième point d'ancrage t = 0% au salaire maximum de x = \$24,97, il serait impossible de résoudre l'équation (2.13) par rapport à r, à moins de fixer la valeur de d. Il faudrait, en d'autres termes, que les points d'ancrage soient définis, non par rapport à la variable t, mais par rapport à la variable $t' = t + d$. Il existe en somme, pour deux points d'ancrage donnés, une valeur de r pour chaque valeur de d. Formulé autrement, par deux points on ne peut faire passer qu'une exponentielle, définie par le paramètre r et située par rapport à une asymptote définie par le paramètre d.

Mais, il y a une infinité de choix possibles d'asymptotes horizontales, situées sous l'axe des x , au-dessus de lui, ou coïncidant avec lui, c'est-à-dire une infinité de valeurs possibles de d, positives, négatives ou nulles, respectivement. Pour n'importe quelle de ces valeurs, il n'y a qu'une exponentielle passant par deux points d'ancrage donnés et cette exponentielle est définie par une valeur particulière de r.

Décidons donc de fixer t = 0% au salaire maximum x = \$24,97 comme deuxième point d'ancrage, le premier étant t_0 = 5% lorsque x_0 = \$8,48. Alors, l'équation (2.13) devient:

$$r = \ln [(0,05 + d) / (0,00 + d)] * [(1 / (24,97 – 8,48)] \qquad (2.15)$$

où r ne dépend que de d. À chaque valeur de d (positive) [8], il correspond une valeur de r et une seule; plus d sera grand, c'est-à-dire plus la nouvelle asymptote horizontale sera éloignée sous l'axe des x, moins r sera élevé et inversement.

8 Une valeur négative de d conduirait à une impossibilité mathématique, le logarithme d'un nombre négatif n'existant pas. Cela traduit tout simplement, en termes mathématiques, le fait que la courbe exponentielle doit se trouver entièrement au-dessus de son asymptote. Le contraire serait une absurdité. Si, au lieu de choisir t = 0% au salaire maximum, nous avions choisi n'importe quelle valeur positive, définie comme $t = t_{min}$, il faudrait alors, pour les mêmes raisons, que $t_{min} + d$ soit positif, c'est-à-dire que d soit supérieur à $- t_{min}$. En d'autres termes, l'asymptote horizontale de l'exponentielle pourrait alors se trouver au-dessus de l'axe des x, mais à une distance inférieure à t_{min}.

Posons par exemple d = 0,00571 ou 0,57% dans l'équation (2.15). La valeur correspondante de r est alors de 0,138141. On peut réécrire l'équation (2.12) comme suit:

$$t + 0.00571 = (0.05 + 0.00571)\ e^{-0,138141\ (x - 8,48)}$$

ou

$$t = (0,05571)\ e^{-0,138141\ (x - 8,48)} - 0,00571 \qquad (2.16)$$

et calculer t pour chaque valeur de x à l’aide de la formule (2.16). Les valeurs de t pour les diverses valeurs de x, à l'intérieur ou à l'extérieur de l'intervalle compris entre $8,48 et $24,97, sont données au Tableau 2.5 selon le découpage habituel des valeurs de x en trois blocs.

Le choix de d = 0,00571 (et de la valeur de r qui lui correspond) n'est pas un choix arbitraire. Les valeurs de t calculées à l'aide de l'équation (2.16) sont très voisines de celles qui ont été calculées précédemment à l'aide de la méthode "de la ligne droite", pour toutes les valeurs de x comprises entre le salaire minimum et le salaire maximum, comme en témoigne la comparaison des Tableaux 2.3 et 2.5 reproduits dans le Tableau 2.6.

Il s'en suit nécessairement que les hausses salariales et les salaires augmentés correspondants coïncident presque exactement une fois les résultats arrondis à deux décimales, c'est-à-dire lorsque exprimés en dollars et cents. Plus on s'écarte de l'intervalle salarial qui nous intéresse, vers le haut ou vers le bas, plus les deux courbes s'éloignent bien entendu l'une de l'autre. Mais à l'intérieur de cet intervalle, la coïncidence est remarquable.

TABLEAU 2.6. AUGMENTATIONS SALARIALES À TAUX DÉCROISSANTS

Retour à la table des matières

MÉTHODE DE LA "LIGNE DROITE"				MÉTHODE DE L'EXPONENTIELLE			
Points d'ancrage:		Paramètres:		Points d'ancrage:		Paramètres:	
Salaire	Taux (%)			Salaire	Taux (%)		
8.48	5.0000000	a =	0.9742874	8.48	5.0000000	d =	0.0057100
24.97	0.0000000	b =	0.6420424	24.97	0.0000000	r =	0.1381407
		c =	0.0257126			SCE =	0.0306503
x($)	t(%)	tx($)	y($)	x($)	t(%)	tx($)	y($)
8.48	5.0000000	0.42	8.90	8.48	5.0000000	0.42	8.90
13.71	2.1117677	0.29	14.00	13.71	2.1339909	0.29	14.00
24.97	0.0000000	0.00	24.97	24.97	0.0000000	0.00	24.97
9.00	4.5625497	0.41	9.41	9.00	4.6138525	0.42	9.42
11.00	3.2654942	0.36	11.36	11.00	3.3622259	0.37	11.37
13.00	2.3675328	0.31	13.31	13.00	2.4127428	0.31	13.31
15.00	1.7090277	0.26	15.26	15.00	1.6924654	0.25	15.25
17.00	1.2054650	0.20	17.20	17.00	1.1460635	0.19	17.19
19.00	0.8079155	0.15	19.15	19.00	0.7315633	0.14	19.14
21.00	0.4860697	0.10	21.10	21.00	0.4171237	0.09	21.09
23.00	0.2202336	0.05	23.05	23.00	0.1785900	0.04	23.04
25.00	-0.0030855	0.00	25.00	25.00	-0.0023615	0.00	25.00
1.00	61.6329897	0.62	1.00	1.00	15.0852036	0.15	1.15
2.00	29.5308672	0.59	2.00	2.00	13.0651793	0.26	2.26
5.00	10.2695937	0.51	5.00	5.00	8.4387229	0.42	5.42
50.00	-1.2871704	-0.64	49.36	50.00	-0.5530116	-0.28	49.72
100.00	-1.9292129	-1.93	98.07	100.00	-0.5709820	-0.57	99.43
125.00	-2.0576213	-2.57	122.43	125.00	-0.5709994	-0.71	124.29

En d'autres termes, il est possible de déterminer (par tâtonnement) les valeurs appropriées des paramètres d et r d'une exponentielle de telle manière qu'elle coïncide presque exactement avec une hyperbole passant par deux points d'ancrage donnés. Dans le cas présent, l'exponentielle reliant t à x, définie par l'équation (2.16) coïncide presque exactement, dans l'intervalle salarial qui nous intéresse, avec l'hyperbole dont les paramètres ont été calculés dans la section 2.3 à l'aide de la formule (2.4) pour les mêmes points d'ancrage que ceux qui sont utilisés ici:

$$t = b/x - c = 0{,}6420424 / x - 0{,}0257126.$$

Ce résultat n'est pas un cas particulier de l'exemple numérique actuel . La série de tableaux qui suit en témoigne. Chacun présente les résultats obtenus par les deux méthodes pour des points d'ancrage donnés. Le paramètre d de l'exponentielle est dans chaque cas obtenu par tâtonnement. Le paramètre r est, comme on le sait, déduit de d.

La recherche de la meilleure valeur possible de d oblige à faire certaines hypothèses et à comparer les résultats qui en découlent. Le tâtonnement en question n'est toutefois pas entièrement laissé au hasard. Selon le cas envisagé, certaines valeurs de d sont exclues *a priori*. Si on veut par exemple que le taux d'augmentation soit de 0,5%[9] au salaire maximum, il va de soi que l'asymptote horizontale au-dessus de laquelle toute l'exponentielle doit se trouver est soit sous l'axe des x, soit au-dessus de lui, mais alors certainement à une distance de moins de 0,5% (voir l'explication de la note 8). Cela permet d'orienter la recherche qui est par ailleurs considérablement facilitée en raison de la rapidité avec laquelle ces calculs sont aujourd'hui effectués par micro-ordinateur.

Une fois dans le "voisinage" de la valeur optimale de d, celle qui permet à l'exponentielle de se coller le plus possible à l'hyperbole, on peut facilement trouver cette valeur en prenant la somme des carrés des écarts (SCE) entre les valeurs de t obtenues par la méthode "de la ligne droite" et les valeurs correspondantes obtenues par la méthode de l'exponentielle. Cette somme des carrés des écarts est une mesure de la distance entre les deux courbes. La valeur de d qui rend cette valeur minimum est la valeur optimale. Ce type de méthode, bien connue des statis-

9 Voir l'explication de la note 8.

ticiens, porte le nom de méthode des moindres carrés (réalisée ici par tâtonnement et non analytiquement, par dérivation mathématique).

Chaque Tableau donne les valeurs des paramètres a, b, c pour la méthode "de la ligne droite" et des paramètres d et r pour la méthode de 1'exponentielle, de même que la valeur minimum correspondante de la SCE.

Les chiffres du Tableau 2.6 correspondent aux propositions formulées par la FTQ pour les demandes de 1986. Les Tableaux 2.7 et 2.8 sont construits à partir des hypothèses mises de l'avant par la CEQ également pour 1986 et les Tableaux 2.9, 2.10, 2.11 à partir de celles de la CSN pour la même année. Dans le cas des Tableaux 2.9 à 2.11, les salaires de $8,91, $14,40 et $26,22 sont tout simplement les salaires de $8,48, $13,71 et $24,97 majorés de 5%, soit 4% pour corriger le pouvoir d'achat perdu en 1985, plus 1% comme premier réajustement de prévention contre l'inflation pour 1986. Ces chiffres sont utilisés plutôt que les autres dans ces Tableaux parce que la formule de l'exponentielle utilisée par la CSN s'y réfère explicitement:

$$t = 0{,}0426\ e^{-0{,}1428\ (x - 8{,}91)}$$

Cette expression est du type des expressions (2.7) ou (2.10) avec un salaire minimum majoré à $8,91, un taux d'accroissement de 4,26% au salaire minimum et une valeur de r égale à 0,1428. L'objectif, tel que formulé par la CSN, était de réduire à l'aide de cette formule le taux d'accroissement de 4,26% à 0,4% au salaire maximum.

Pour être précis, comme le démontre le Tableau 2.11, la formule de la CSN permet de réduire ce taux à 0,36% (plus précisément 0,35962%). Si on veut obtenir exactement un taux de 0,4% au salaire de $26,22, on peut y arriver avec l'une ou l'autre des solutions présentées aux Tableaux 2.9 et 2.10. Si on veut absolument que l'exponentielle qui permet cette réduction ait l'axe des x comme asymptote, alors d = 0 et le paramètre r prend la valeur 0,1367 (Tableau 2.9). Si on veut que la valeur de r soit celle de la formule de la CSN, c'est-à-dire 0,1428, alors l'asymptote horizontale de l'exponentielle est située légèrement au-dessus de l'axe des x, à une distance de 0,044% (Tableau 2.10).

D'un point de vue pratique, d'aussi faibles différences n’ont que peu d'effet sur les résultats finals exprimés en dollars et cents, comme on peut le constater en comparant les trois Tableaux. Si minimes soient ces différences, elles peuvent néanmoins avoir une incidence sur la masse salariale comme nous le verrons plus loin.

Tous les cas présentés dans les Tableaux 2.6 à 2.11 sont des cas de taux "fortement décroissants" selon le sens qui a été donné à cette expression plus tôt.

Le Tableau 2.12 donne, à titre de comparaison, les résultats obtenus dans les deux cas particuliers d'augmentations en montant fixe et en pourcentage fixe.

Le Tableau 2.13 reprend le cas du montant fixe et construit l'exponentielle correspondante.

Enfin, les Tableaux 2.14, 2.15 et 2.16 présentent des cas de taux de plus en plus "faiblement décroissants".

TABLEAU 2.7.
AUGMENTATIONS SALARIALES À TAUX DÉCROISSANTS

Retour à la table des matières

MÉTHODE DE LA "LIGNE DROITE"				MÉTHODE DE L'EXPONENTIELLE			
Points d'ancrage:		Paramètres:		Points d'ancrage:		Paramètres:	
Salaire	Taux (%)			Salaire	Taux (%)		
8.48	4.1000000	a =	0.9880012	8.48	4.1000000	d =	- 0.0020000
24.97	0.6000000	b =	0.4494297	24.97	0.6000000	r =	0.1380999
		c =	0.0119988			SCE =	0.0150190
x($)	t(%)	tx($)	y($)	x($)	t(%)	tx($)	y($)
8.48	4.1000000	0.35	8.83	8.48	4.1000000	0.35	8.83
13.71	2.0782374	0.28	13.99	13.71	2.0940438	0.29	14.00
24.97	0.6000000	0.15	25.12	24.97	0.6000000	0.15	25.12
9.00	3.7937848	0.34	9.34	9.00	3.8297530	0.34	9.34
11.00	2.8858460	0.32	11.32	11.00	2.9537533	0.32	11.32
13.00	2.2572729	0.29	13.29	13.00	2.2891662	0.30	13.30
15.00	1.7963194	0.27	15.27	15.00	1.7849696	0.27	15.27
17.00	1.4438255	0.25	17.25	17.00	1.4024552	0.24	17.24
19.00	1.1655408	0.22	19.22	19.00	1.1122562	0.21	19.21
21.00	0.9402628	0.20	21.20	21.00	0.8920935	0.19	21.19
23.00	0.7541635	0.17	23.17	23.00	0.7250646	0.17	23.17
25.00	0.5978401	0.15	25.15	25.00	0.5983462	0.15	25.15

TABLEAU 2.8.
AUGMENTATIONS SALARIALES À TAUX DÉCROISSANTS

Retour à la table des matières

MÉTHODE DE LA "LIGNE DROITE"				MÉTHODE DE L'EXPONENTIELLE			
Points d'ancrage:		Paramètres:		Points d'ancrage:		Paramètres:	
Salaire	Taux (%)			Salaire	Taux (%)		
8.48	4.2000000	a =	0.9829442	8.48	4.2000000	d =	0.0015000
24.97	0.3000000	b =	0.5007931	24.97	0.3000000	r =	0.1375794
		c =	0.0170558			SCE =	0.0187193
x($)	t(%)	tx($)	y($)	x($)	t(%)	tx($)	y($)
8.48	4.2000000	0.36	8.84	8.48	4.2000000	0.36	8.84
13.71	1.9471788	0.27	13.98	13.71	1.9683465	0.27	13.98
24.97	0.3000000	0.07	25.04	24.97	0.3000000	0.07	25.04
9.00	3.8587888	0.35	9.35	9.00	3.8996667	0.35	9.35
11.00	2.8470855	0.31	11.31	11.00	2.9255258	0.32	11.32
13.00	2.1466756	0.28	13.28	13.00	2.1857129	0.28	13.28
15.00	1.6330416	0.24	15.24	15.00	1.6238609	0.24	15.24
17.00	1.2402627	0.21	17.21	17.00	1.1971615	0.20	17.20
19.00	0.9301741	0.18	19.18	19.00	0.8731039	0.17	19.17
21.00	0.6791500	0.14	21.14	21.00	0.6269979	0.13	21.13
23.00	0.4717822	0.11	23.11	23.00	0.4400923	0.10	23.10
25.00	0.2975933	0.07	25.07	25.00	0.2981465	0.07	25.07

TABLEAU 2.9.
AUGMENTATIONS SALARIALES À TAUX DÉCROISSANTS

Retour à la table des matières

MÉTHODE DE LA "LIGNE DROITE"				MÉTHODE DE L'EXPONENTIELLE			
Points d'ancrage:		Paramètres:		Points d'ancrage:		Paramètres:	
Salaire	Taux (%)			Salaire	Taux (%)		
8.91	4.2600000	a =	0.9841314	8.91	4.2600000	d =	0.0000000
26.22	0.4000000	b =	0.5209555	26.22	0.4000000	r =	0.1366586
		c =	0.0158686			SCE =	0.0256245
x($)	t(%)	tx($)	y($)	x($)	t(%)	tx($)	y($)
8.91	4.2600000	0.38	9.29	8.91	4.2600000	0.38	9.29
14.40	2.0308834	0.29	14.69	14.40	2.0117673	0.29	14.69
26.22	0.4000000	0.10	26.32	26.22	0.4000000	0.10	26.32
9.00	4.2015314	0.38	9.38	9.00	4.2079260	0.38	9.38
11.00	3.1490960	0.35	11.35	11.00	3.2016066	0.35	11.35
13.00	2.4204869	0.31	13.31	13.00	2.4359470	0.32	13.32
15.00	1.8861736	0.28	15.28	15.00	1.8533938	0.28	15.28
17.00	1.4775810	0.25	17.25	17.00	1.4101574	0.24	17.24
19.00	1.1550080	0.22	19.22	19.00	1.0729203	0.20	19.20
21.00	0.8938774	0.19	21.19	21.00	0.8163329	0.17	21.17
23.00	0.6781608	0.16	23.16	23.00	0.6211081	0.14	23.14
25.00	0.4969589	0.12	25.12	25.00	0.4725710	0.12	25.12

TABLEAU 2.10.
AUGMENTATIONS SALARIALES À TAUX DÉCROISSANTS

Retour à la table des matières

MÉTHODE DE LA "LIGNE DROITE"				MÉTHODE DE L'EXPONENTIELLE			
Points d'ancrage:		Paramètres:		Points d'ancrage:		Paramètres:	
Salaire	Taux (%)			Salaire	Taux (%)		
8.91	4.2600000	a =	0.9841314	8.91	4.2600000	d =	0.0004400
26.22	0.4000000	b =	0.5209555	26.22	0.4000000	r =	0.1427910
		c =	0.0158686			SCE =	0.0502942
x($)	t(%)	tx($)	y($)	x($)	t(%)	tx($)	y($)
8.91	4.2600000	0.38	9.29	8.91	4.2600000	0.38	9.29
14.40	2.0308834	0.29	14.69	14.40	1.9690742	0.28	14.68
26.22	0.4000000	0.10	26.32	26.22	0.4000000	0.10	26.32
9.00	4.2015314	0.38	9.38	9.00	4.2061661	0.38	9.38
11.00	3.1490960	0.35	11.35	11.00	3.1721874	0.35	11.35
13.00	2.4204869	0.31	13.31	13.00	2.3950730	0.31	13.31
15.00	1.8861736	0.28	15.28	15.00	1.8110119	0.27	15.27
17.00	1.4775810	0.25	17.25	17.00	1.3720451	0.23	17.23
19.00	1.1550080	0.22	19.22	19.00	1.0421279	0.20	19.20
21.00	0.8938774	0.19	21.19	21.00	0.7941697	0.17	21.17
23.00	0.6781608	0.16	23.16	23.00	0.6078102	0.14	23.14
25.00	0.4969589	0.12	25.12	25.00	0.4677466	0.12	25.12

TABLEAU 2.11.
AUGMENTATIONS SALARIALES À TAUX DÉCROISSANTS

Retour à la table des matières

MÉTHODE DE LA "LIGNE DROITE"				MÉTHODE DE L'EXPONENTIELLE			
Points d'ancrage:		Paramètres:		Points d'ancrage:		Paramètres:	
Salaire	Taux (%)			Salaire	Taux (%)		
8.91	4.2600000	a =	0.9818787	8.91	4.2600000	d =	0.0000000
14.40	1.9450000	b =	0.5410269	14.40	1.9450000	r =	0.1428064
		c =	0.0181213			SCE =	0.0237403
x($)	t(%)	tx($)	y($)	x($)	t(%)	tx($)	y($)
8.91	4.2600000	0.38	9.29	8.91	4.2600000	0.38	9.29
14.40	1.9450000	0.28	14.68	14.40	1.9450000	0.28	14.68
26.22	0.2512818	0.07	26.29	26.22	0.3596191	0.09	26.31
9.00	4.1992787	0.38	9.38	9.00	4.2055984	0.38	9.38
11.00	3.1062951	0.34	11.34	11.00	3.1607324	0.35	11.35
13.00	2.3496141	0.31	13.31	13.00	2.3754596	0.31	13.31
15.00	1.7947148	0.27	15.27	15.00	1.7852851	0.27	15.27
17.00	1.3703799	0.23	17.23	17.00	1.3417374	0.23	17.23
19.00	1.0353788	0.20	19.20	19.00	1.0083875	0.19	19.19
21.00	0.7641874	0.16	21.16	21.00	0.7578572	0.16	21.16
23.00	0.5401597	0.12	23.12	23.00	0.5695703	0.13	23.13
25.00	0.3519764	0.09	25.09	25.00	0.4280625	0.11	25.11

TABLEAU 2.12.
AUGMENTATIONS SALARIALES À TAUX DÉCROISSANTS

Retour à la table des matières

MÉTHODE DE LA "LIGNE DROITE"				MÉTHODE DE L'EXPONENTIELLE			
Points d'ancrage:		Paramètres:		Points d'ancrage:		Paramètres:	
Salaire	Taux (%)			Salaire	Taux (%)		
13.71	2.1000000	a =	1.0000000	Tous	2.1000000		Taux fixe:
		b =	0.2879100				2.1%
		c =	0.0000000				
x($)	t(%)	tx($)	y($)	x($)	t(%)	tx($)	y($)
8.48	3.3951651	0.29	8.77	8.48	2.1000000	0.18	8.66
13.71	2.1000000	0.29	14.00	13.71	2.1000000	0.29	14.00
24.97	1.1530236	0.29	25.26	24.97	2.1000000	0.52	25.49
9.00	3.1990000	0.29	9.29	9.00	2.1000000	0.19	9.19
11.00	2.6173636	0.29	11.29	11.00	2.1000000	0.23	11.23
13.00	2.2146923	0.29	13.29	13.00	2.1000000	0.27	13.27
15.00	1.9194000	0.29	15.29	15.00	2.1000000	0.32	15.32
17.00	1.6935882	0.29	17.29	17.00	2.1000000	0.36	17.36
19.00	1.5153158	0.29	19.29	19.00	2.1000000	0.40	19.40
21.00	1.3710000	0.29	21.29	21.00	2.1000000	0.44	21.44
23.00	1.2517826	0.29	23.29	23.00	2.1000000	0.48	23.48
25.00	1.1516400	0.29	25.29	25.00	2.1000000	0.53	25.53

TABLEAU 2.13.
AUGMENTATIONS SALARIALES À TAUX DÉCROISSANTS

Retour à la table des matières

MÉTHODE DE LA "LIGNE DROITE"				MÉTHODE DE L'EXPONENTIELLE			
Points d'ancrage:		Paramètres:		Points d'ancrage:		Paramètres:	
Salaire	Taux (%)			Salaire	Taux (%)		
8.48	3.3951651	a =	1.0000000	8.48	3.3951651	d =	-0.0090000
24.97	1.1530236	b =	0.2879100	24.97	1.1530236	r =	0.1387888
		c =	0.0000000			SCE =	0.0061946
x($)	t(%)	tx($)	y($)	x($)	t(%)	tx($)	y($)
8.48	3.3951651	0.29	8.77	8.48	3.3951651	0.29	8.77
13.71	2.1000000	0.29	14.00	13.71	2.1074243	0.29	14.00
24.97	1.1530236	0.29	25.26	24.97	1.1530236	0.29	25.26
9.00	3.1990000	0.29	9.29	9.00	3.2214331	0.29	9.29
11.00	2.6173636	0.29	11.29	11.00	2.6587566	0.29	11.29
13.00	2.2146923	0.29	13.29	13.00	2.2324635	0.29	13.29
15.00	1.9194000	0.29	15.29	15.00	1.9094967	0.29	15.29
17.00	1.6935882	0.29	17.29	17.00	1.6648116	0.28	17.28
19.00	1.5153158	0.29	19.29	19.00	1.4794341	0.28	19.28
21.00	1.3710000	0.29	21.29	21.00	1.3389890	0.28	21.28
23.00	1.2517826	0.29	23.29	23.00	1.2325854	0.28	23.28
25.00	1.1516400	0.29	25.29	25.00	1.1519723	0.29	25.29

TABLEAU 2.14.
AUGMENTATIONS SALARIALES À TAUX DÉCROISSANTS

Retour à la table des matières

MÉTHODE DE LA "LIGNE DROITE"				MÉTHODE DE L'EXPONENTIELLE			
Points d'ancrage:		Paramètres:		Points d'ancrage:		Paramètres:	
Salaire	Taux (%)			Salaire	Taux (%)		
8.48	2.9000000	a =	1.0078005	8.48	2.9000000	d =	-0.0134000
24.97	1.5000000	b =	0.1797719	24.97	1.5000000	r =	0.1380999
		c =	-0.0078005			SCE =	0.0024030
x($)	t(%)	tx($)	y($)	x($)	t(%)	tx($)	y($)
8.48	2.9000000	0.25	8.73	8.48	2.9000000	0.25	8.73
13.71	2.0912949	0.29	14.00	13.71	2.0976175	0.29	14.00
24.97	1.5000000	0.37	25.34	24.97	1.5000000	0.37	25.34
9.00	2.7775139	0.25	9.25	9.00	2.7919012	0.25	9.25
11.00	2.4143384	0.27	11.27	11.00	2.4415013	0.27	11.27
13.00	2.1629092	0.28	13.28	13.00	2.1756665	0.28	13.28
15.00	1.9785278	0.30	15.30	15.00	1.9739878	0.30	15.30
17.00	1.8375302	0.31	17.31	17.00	1.8209821	0.31	17.31
19.00	1.7262163	0.33	19.33	19.00	1.7049025	0.32	19.32
21.00	1.6361051	0.34	21.34	21.00	1.6168374	0.34	21.34
23.00	1.5616654	0.36	23.36	23.00	1.5500258	0.36	23.36
25.00	1.4991361	0.37	25.37	25.00	1.4993385	0.37	25.37

TABLEAU 2.15.
AUGMENTATIONS SALARIALES À TAUX DÉCROISSANTS

Retour à la table des matières

MÉTHODE DE LA "LIGNE DROITE"				MÉTHODE DE L'EXPONENTIELLE			
Points d'ancrage:		Paramètres:		Points d'ancrage:		Paramètres:	
Salaire	Taux (%)			Salaire	Taux (%)		
8.48	2.5000000	a =	1.0144002	8.48	2.5000000	d =	-0.0170000
24.97	1.8000000	b =	0.0898859	24.97	1.8000000	r =	0.1261032
		c =	- 0.0144002			SCE =	0.0016899
x($)	t(%)	tx($)	y($)	x($)	t(%)	tx($)	y($)
8.48	2.5000000	0.21	8.69	8.48	2.5000000	0.21	8.69
13.71	2.0956475	0.29	14.00	13.71	2.1136797	0.29	14.00
24.97	1.8000000	0.45	25.42	24.97	1.8000000	0.45	25.42
9.00	2.4387570	0.22	9.22	9.00	2.4492240	0.22	9.22
11.00	2.2571692	0.25	11.25	11.00	2.2822103	0.25	11.25
13.00	2.1314546	0.28	13.28	13.00	2.1524265	0.28	13.28
15.00	2.0392639	0.31	15.31	15.00	2.0515736	0.31	15.31
17.00	1.9687651	0.33	17.33	17.00	1.9732023	0.34	17.34
19.00	1.9131082	0.36	19.36	19.00	1.9123012	0.36	19.36
21.00	1.8680526	0.39	21.39	21.00	1.8649760	0.39	21.39
23.00	1.8308327	0.42	23.42	23.00	1.8282002	0.42	23.42
25.00	1.7995680	0.45	25.45	25.00	1.7996224	0.45	25.45

TABLEAU 2.16.
AUGMENTATIONS SALARIALES À TAUX DÉCROISSANTS

Retour à la table des matières

MÉTHODE DE LA "LIGNE DROITE"				MÉTHODE DE L'EXPONENTIELLE			
Points d'ancrage:		Paramètres:		Points d'ancrage:		Paramètres:	
Salaire	Taux (%)			Salaire	Taux (%)		
8.48	2.2000000	a =	1.0189715	8.48	2.2000000	d =	-0.0195000
24.97	2.0000000	b =	0.0256817	24.97	2.0000000	r =	0.0976008
		c =	- 0.0189715			SCE =	0.0011307
x($)	t(%)	tx($)	y($)	x($)	t(%)	tx($)	y($)
8.48	2.2000000	0.19	8.67	8.48	2.2000000	0.19	8.67
13.71	2.0844707	0.29	14.00	13.71	2.1000560	0.29	14.00
24.97	2.0000000	0.50	25.47	24.97	2.0000000	0.50	25.47
9.00	2.1825020	0.20	9.20	9.00	2.1876285	0.20	9.20
11.00	2.1306198	0.23	11.23	11.00	2.1454895	0.24	11.24
13.00	2.0947013	0.27	13.27	13.00	2.1108231	0.27	13.27
15.00	2.0683611	0.31	15.31	15.00	2.0823041	0.31	15.31
17.00	2.0482186	0.35	17.35	17.00	2.0588425	0.35	17.35
19.00	2.0323166	0.39	19.39	19.00	2.0395413	0.39	19.39
21.00	2.0194436	0.42	21.42	21.00	2.0236628	0.42	21.42
23.00	2.0088093	0.46	23.46	23.00	2.0106001	0.46	23.46
25.00	1.9998766	0.50	25.50	25.00	1.9998538	0.50	25.50

2.5 La "ligne droite" comme cas particulier de l'exponentielle

Retour à la table des matières

Pour tous les cas envisagés dans la section précédente (2.4), nous avons trouvé l'exponentielle qui se rapproche le plus de l'hyperbole correspondante, celle, définie par les paramètres d et r, qui permet de réduire au minimum la distance entre les deux courbes, cette distance étant mesurée par la somme des carrés des écarts entre les valeurs de t obtenues par la méthode "de la ligne droite" et les valeurs correspondantes de t obtenues par la méthode de l'exponentielle.

L'exponentielle ainsi trouvée n'est qu'un cas possible parmi une infinité d'autres cas, un pour chaque valeur de r et par conséquent de d. Comme cela a été expliqué en rapport avec les équations (2.13) à (2.15), par deux points d'ancrage on ne peut faire passer qu'une exponentielle définie par le paramètre r, par rapport à une asymptote définie par le paramètre d. Mais, il y a une infinité de choix possibles de r et d. Par deux points d'ancrage donnés on peut donc faire passer autant d'exponentielles qu'il y a de valeurs possibles de r et d, c'est-à-dire une infinité. L'une d'elles coïncide presque exactement avec l'hyperbole (obtenue par la méthode "de la ligne droite") qui correspond aux deux points d'ancrage en question. Les autres s'écartent plus ou moins de ce cas particulier et sont comprises entre deux cas limites qui sont représentés au Tableau 2.17 et sur le Graphique qui l'accompagne.

Pour illustrer cette situation, prenons toujours le même exemple, celui d'un taux de 5% au salaire minimum et de 0% au salaire maximum. Nos points d'ancrage sont donc x_l = \$8,48, t_l = 5%, et x_2 = \$24,97, t_2 = 0%

Il y a une manière possible de réduire graduellement le taux de 5% à 0% par une formule exponentielle. C'est celle qui a été discutée dans la section 2.4. En choisissant une valeur de d égale à 0,00571, nous obtenons une valeur de r égale à 0,138141. L'exponentielle ainsi définie coïncide presque exactement avec l'hyperbole obtenue à partir de la méthode "de la ligne droite" (Tableau 2.6). Elle est représentée par la courbe A dans le Graphique du Tableau 2.17; ses coordonnées proviennent du Tableau 2.6.

Mais, nous pourrions vouloir réduire le taux de 5% à 0% selon des modalités différentes. Il faut d'abord préciser ici un détail essentiel. Quelle que soit la modalité retenue, l'écart entre salaire minimum et salaire maximum sera réduit dans les mêmes proportions. Ce qui change d'une modalité à l'autre, c'est le rythme plus ou moins rapide de réduction des pourcentages de 5% à 0%. Nous pourrions par exemple faire en sorte que des taux plus élevés soient accordés aux très bas salariés et que des taux très faibles frappent non seulement les très hauts salaires, mais aussi des salaires nettement inférieurs aux salaires les plus élevés.

L'exponentielle permettant de réaliser un tel objectif est représentée par la courbe B du Graphique dont les coordonnées proviennent du Tableau 2.17 a). Une exponentielle de ce type est une exponentielle plus rapidement décroissante que l'exponentielle A. Le rythme auquel elle décroît, c'est-à-dire le paramètre r = 0,7958, est beaucoup plus élevé que celui de 1a courbe A (r = 0,138141). Ce rythme élevé, portant au début sur des taux élevés (5%) fait diminuer très rapidement ces taux dans un premier temps. Le même rythme s'applique ensuite à des taux de plus en plus petits, ce qui explique la forme aplatie de la courbe dans un deuxième temps. L'asymptote vers laquelle tend la courbe se situe très près de l'axe horizontal, à une distance de 0,0000001 sous lui. La distance entre les courbes A et B s'exprime dans une valeur élevée de la somme des carrés des écarts, SCE = 22,6136.

TABLEAU 2.17a.
AUGMENTATIONS SALARIALES À TAUX DÉCROISSANTS

Retour à la table des matières

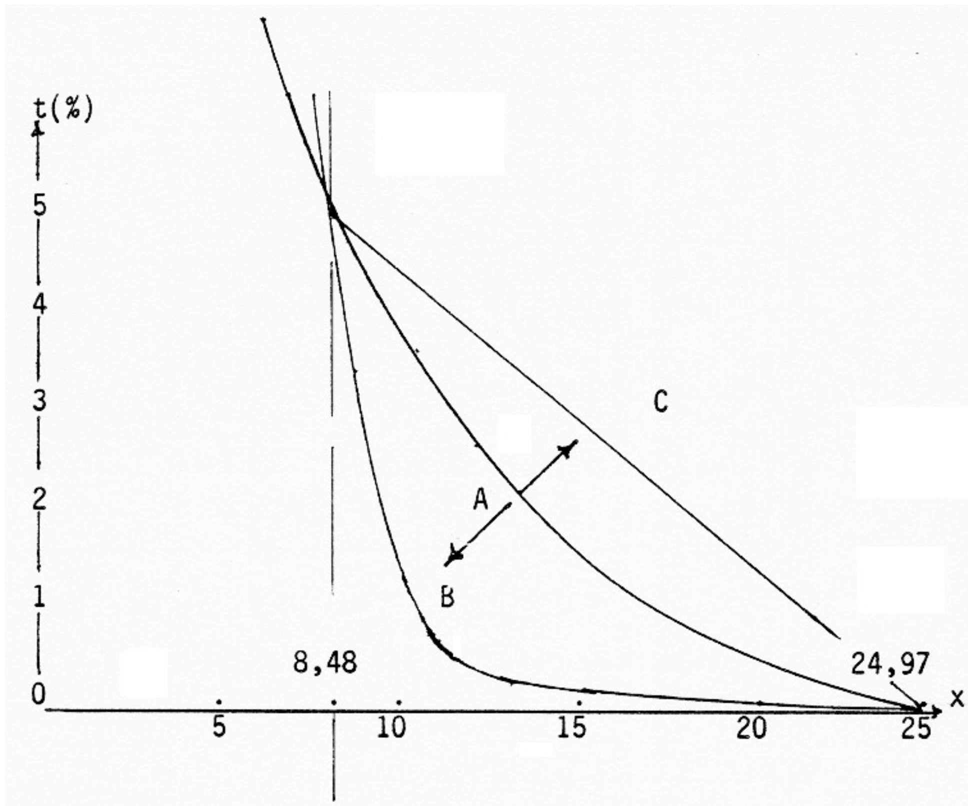
MÉTHODE DE LA "LIGNE DROITE"				MÉTHODE DE L'EXPONENTIELLE			
Points d'ancrage:		Paramètres:		Points d'ancrage:		Paramètres:	
Salaire	Taux (%)			Salaire	Taux (%)		
8.48	5.0000000	a =	0.9742874	8.48	5.0000000	d =	0.0000001
24.97	0.0000000	b =	0.6420424	24.97	0.0000000	r =	0.7957772
		c =	0.0257126			SCE =	22.6135551
x($)	t(%)	tx($)	y($)	x($)	t(%)	tx($)	y($)
8.48	5.0000000	0.42	8.90	8.48	5.0000000	0.42	8.90
13.71	2.1117677	0.29	14.00	13.71	0.0778787	0.01	13.72
24.97	0.0000000	0.00	24.97	24.97	0.0000000	0.00	24.97
9.00	4.5625497	0.41	9.41	9.00	3.3056488	0.30	9.30
11.00	3.2654942	0.36	11.36	11.00	0.6730515	0.07	11.07
13.00	2.3675328	0.31	13.31	13.00	0.1370313	0.02	13.02
15.00	1.7090277	0.26	15.26	15.00	0.0278928	0.00	15.00
17.00	1.2054650	0.20	17.20	17.00	0.0056713	0.00	17.00
19.00	0.8079155	0.15	19.15	19.00	0.0011468	0.00	19.00
21.00	0.4860897	0.10	21.10	21.00	0.0002255	0.00	21.00
23.00	0.2202336	0.05	23.05	23.00	0.0000380	0.00	23.00
25.00	-0.0030855	0.00	25.00	25.00	-0.0000002	0.00	25.00

TABLEAU 2.17b.
AUGMENTATIONS SALARIALES À TAUX DÉCROISSANTS

Retour à la table des matières

MÉTHODE DE LA "LIGNE DROITE"				MÉTHODE DE L'EXPONENTIELLE			
Points d'ancrage:		Paramètres:		Points d'ancrage:		Paramètres:	
Salaire	Taux (%)			Salaire	Taux (%)		
8.48	5.0000000	a =	0.9742874	8.48	5.0000000	d =	99.0000000
24.97	0.0000000	b =	0.6420424	24.97	0.0000000	r =	0.0000306
		c =	0.0257126			SCE =	9.1598711
x($)	t(%)	tx($)	y($)	x($)	t(%)	tx($)	y($)
8.48	5.0000000	0.42	8.90	8.48	5.0000000	0.42	8.90
13.71	2.1117677	0.29	14.00	13.71	3.4139170	0.47	14.18
24.97	0.0000000	0.00	24.97	24.97	0.0000000	0.00	24.97
9.00	4.5625497	0.41	9.41	9.00	4.8422901	0.44	9.44
11.00	3.2654942	0.36	11.36	11.00	4.2357371	0.47	11.47
13.00	2.3675328	0.31	13.31	13.00	3.6292212	0.47	13.47
15.00	1.7090277	0.26	15.26	15.00	3.0227425	0.45	15.45
17.00	1.2054650	0.20	17.20	17.00	2.4163009	0.41	17.41
19.00	0.8079155	0.15	19.15	19.00	1.8098964	0.34	19.34
21.00	0.4860897	0.10	21.10	21.00	1.2035291	0.25	21.25
23.00	0.2202336	0.05	23.05	23.00	0.5971989	0.14	23.14
25.00	-0.0030855	0.00	25.00	25.00	-0.0090941	0.00	25.00

TABLEAU 2.17 (suite)
GRAPHIQUE



On peut facilement imaginer le cas limite vers lequel tendrait un rythme de décroissance de plus en plus rapide. La flèche pointant vers le sud-ouest dans le Graphique du Tableau 2.17 montre comment la courbe de l'exponentielle se collerait alors de plus en plus aux deux axes, tendant vers une forme à angle droit. Une réduction très rapide du taux initial de 5% porterait celui-ci presque immédiatement à un niveau presque nul. Simultanément, puisque d diminue à mesure que r augmente, lorsque r augmente infiniment, d se rapproche de 0; l'asymptote horizontale de l'exponentielle coïncide alors avec l'axe des x.

En sens inverse, si on examine maintenant ce qui se passerait dans le cas d'une exponentielle moins rapidement décroissante que l'exponentielle A, il saute aux yeux qu'une telle exponentielle se situerait au-dessus de l'exponentielle A sur le

Graphique dans le sens de la flèche qui pointe vers le nord-est. Et plus ce rythme serait faiblement décroissant, plus nous tendrions vers l'exponentielle C qui, à la limite, se rapproche infiniment d'une simple droite. Les coordonnées de l'exponentielle C sont calculées dans le Tableau 2.17 b) avec un très faible taux de décroissance r = 0,0000306 correspondant à une valeur très élevée de d = 99,000 ou 9900%. Les points correspondants de la courbe C portés sur le Graphique sont à toutes fins utiles en ligne droite. Ils tendront de plus en plus exactement vers une droite à mesure que d tendra vers l'infini et que, simultanément r tendra vers 0. La formule reliant t et x sera alors, non plus une exponentielle, mais une droite, dont l'équation est:

$$t = t_0 + m\,(x - x_0) \qquad (2.17)$$

où m est la pente = $(t_2 - t_0) / (x_2 - x_0)$

Dans notre cas, $t_0 = 5\%$, $t_2 = 0\%$, $x_0 = \$8{,}48$, $x_2 = \$24{,}97$

d'où
$$t = 0{,}05 - \frac{0{,}05}{16{,}49}(x - 8{,}48) \qquad (2.18)$$

Cette relation linéaire entre t et x est le cadeau que je réservais pour le dessert pour l'offrir aux partisans de la méthode "de la ligne droite". Si la présente contribution avait été intitulée « À la recherche de la ligne droite », nous pourrions sans doute donner à cette section le sous-titre « La ligne droite retrouvée ». Mais attention ! La relation linéaire entre t et x qui vient d'être "retrouvée", l'a été en tant que <u>cas limite</u>, vers lequel tend la relation <u>exponentielle</u> entre ces deux variables.

Et si dans ce cas limite, la relation est une droite entre le salaire d'une année, x, et son taux d'accroissement, t, elle n'est certainement plus une droite entre le salaire d'une année, x, et le salaire de l'année suivante, y. On peut facilement le vérifier en substituant l'équation (2.17) dans l'équation y = x + tx.

Nous obtenons alors:

$$y = (1 + t_0 - mx_0)\,x + mx^2 \qquad \text{(où m est négatif),}$$

c’est-à-dire la différence entre une droite $(1 + t_0 - mx_0)\,x$ et une parabole mx_2.

Au lieu de parler de « la ligne droite retrouvée », il semble bien tout compte fait qu'il serait plus opportun de dire « une de perdue, une de retrouvée », pour paraphraser un vieil adage populaire. Quoiqu'il en soit, les cas limites dont il est question ici visent davantage à montrer l'éventail de possibilités auquel la formule de l'exponentielle donne accès, parmi lesquelles le cas particulier qui coïncide à toutes fins utiles avec la méthode "de la ligne droite", du moins dans l'intervalle salarial qui nous intéresse.

Parmi toutes les possibilités offertes par la méthode de l'exponentielle, ce cas particulier est de toute évidence un bon cas moyen. La décision d'opter en faveur de cette modalité de réduction des écarts ou de telle ou telle autre modalité, réduisant plus rapidement ou moins rapidement le pourcentage d'augmentation lorsqu'on s'élève du bas vers le haut de l'échelle salariale, est finalement une décision d'ordre politique.

La réduction des écarts salariaux.

3

Incidences des diverses hypothèses sur la masse salariale

Retour à la table des matières

Il ne suffit pas de décider d'une modalité particulière de réduction des pourcentages d'augmentation salariale dans le but de réduire les écarts. Il faut aussi savoir quelle est 1'incidence de chacune des hypothèses envisagées sur l'augmentation réclamée de la masse salariale. Pour calculer cette incidence, il faut nécessairement connaître la répartition des salariés entre les diverses catégories.

Une répartition hypothétique est construite ici à des fins d'illustration. Elle suppose 9 classes de salaires pour l'année de référence, 1985, soit de $8 à $9,99, de $10 à $11,99, … de $24 à $25,99. La première a comme point milieu $9, la deuxième $11,…, la dernière $25. Le Tableau 3.1 donne cette distribution et la présente sous forme d'histogramme. Telle que définie, elle permet d'obtenir un salaire moyen de $13,71. Cette distribution est hypothétique, mais elle n'est probablement pas très différente de la distribution réelle de 1985.

Il s'agit maintenant d'évaluer les diverses hypothèses de réduction des écarts du point de vue de leur incidence sur la masse salariale. L'effet peut être calculé pour chaque catégorie de salaire. La "demande effective" totale qui en découle peut ensuite être comparée avec le "montant cible", en l'occurrence, dans le cas des demandes syndicales d'accroissement du pouvoir d'achat pour 1986, 2,1% de la masse salariale. Au salaire moyen de $13,71, une telle augmentation de 2,1% représente une somme de $183 398 670 si on suppose 350 000 salariés travaillant en moyenne 35 heures par semaine pendant 52 semaines. Les Tableaux 3.2 à 3.7

donnent les effets de diverses hypothèses de réduction des écarts sur la masse salariale. Dans certains cas la "demande effective" d'augmentation découlant de ces hypothèses est supérieure au "montant cible". Dans d'autres cas elle est inférieure.

Si l'augmentation est réclamée en pourcentage fixe de 2,1%, elle sera de toute évidence exactement égale au montant cible. Pour un montant fixe de $0,29 l'heure pour tous, la demande effective excède le montant cible de $1 331 330 ou 0,73% (Tableau 3.2).

La demande de la FTQ (5% au minimum, 0% au maximum) excède également le montant cible de $1 032 330 ou 0,56% (Tableau 3.2). La demande en montant fixe donc, même si elle réduit moins les écarts que la demande de la FTQ, coûte un peu plus cher.

La demande de la CEQ par contre, dans sa formulation initiale (Tableau 3.4) et dans sa formulation réajustée (Tableau 3.5) est inférieure au montant cible de 1,04% et 7,28% respectivement.

La demande de la CSN est évaluée sur une base légèrement différente, à partir des salaires réajustés pour l'inflation, pour les raisons données plus tôt. De nouvelles catégories salariales ont été établies en fonction de cela, avec des points milieu de $9,69, $11,69, …, $25,69. Le déplacement des points milieu est exactement égal à l'augmentation du salaire moyen de $13,71 à $14,40, c'est-à-dire $0,69. Cela permet effectivement d'obtenir, en conservant la même répartition salariale, le salaire moyen de $14,40. Il est normal de conserver ici la même répartition salariale puisque le réajustement de 5%, s'appliquant à tous, ne modifie pas la répartition entre les diverses catégories.

Le calcul de l'augmentation cible doit en conséquence être fait à partir du salaire moyen de $14,40 et les comparaisons peuvent ensuite être faites avec les demandes effectives selon le type de réduction des écarts que l'on veut. Les hypothèses des Tableaux 2.9 (4,26% au minimum et 0,4% au maximum) et 2.11 (4,26% au minimum et 0,36% au maximum) sont évaluées dans les Tableaux 3.6 et 3.7. Les demandes correspondantes sont inférieures au montant cible de $8,1 millions et $13,0 millions respectivement, soit de 4,22% et 6,75%. Quelle que soit l'hypothèse envisagée dans les exemples numériques qui viennent d'être analysés, les résultats obtenus n'ont bien sûr qu'une valeur illustrative et ne sont utilisés ici qu'à cette fin. Ils suggèrent toutefois que toute hypothèse de réduction des écarts salariaux devrait être évaluée non seulement du point de vue de son aptitude à réduire les écarts, mais aussi du point de vue de son incidence sur la masse salariale.

TABLEAU 3.1
RÉPARTITION DES SALARIÉS DANS L'ÉCHELLE SALARIALE

Retour à la table des matières

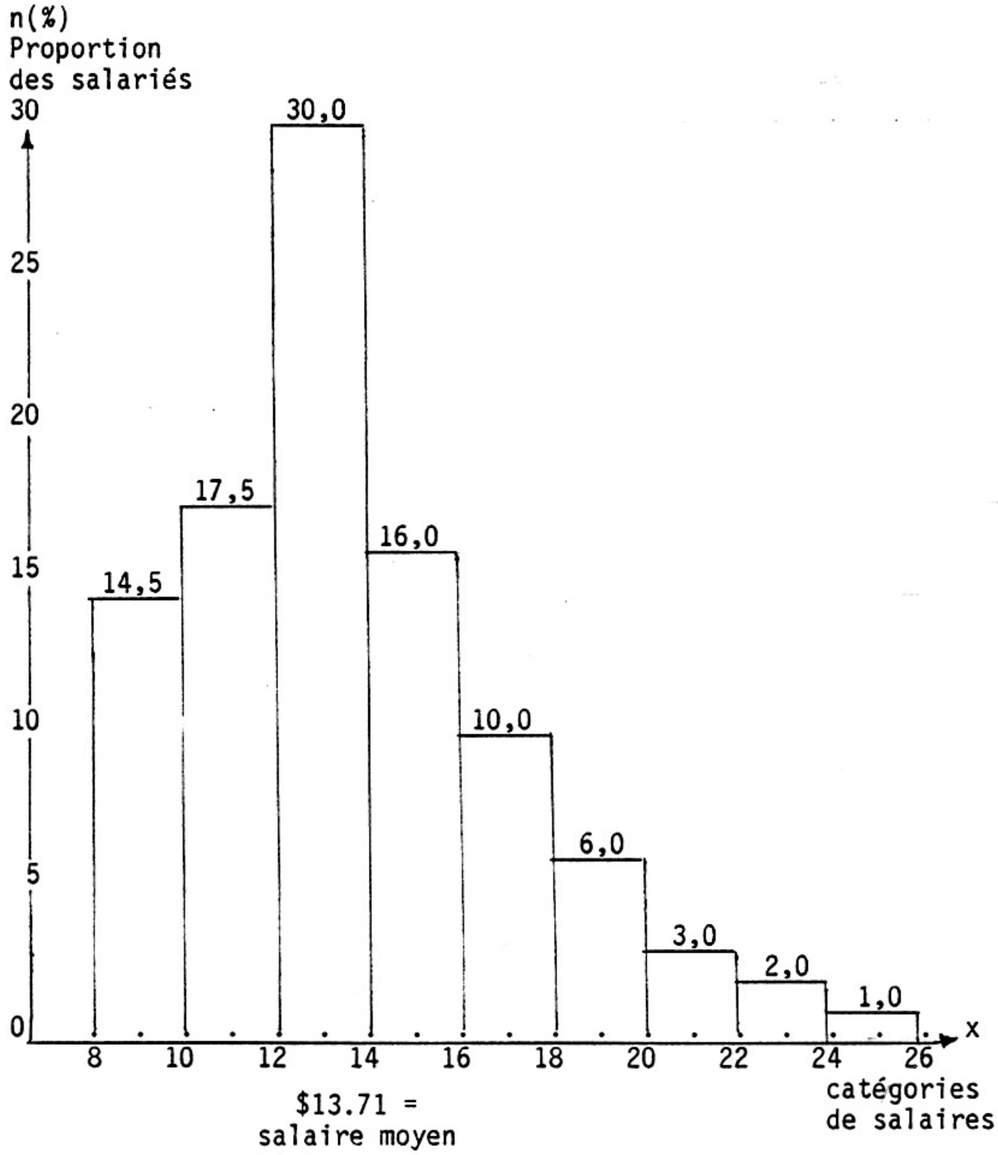


TABLEAU 3.2
Incidence sur la masse salariale

Retour à la table des matières

x($) salaire	n(%) proportion des-salariés	nx($)	tx($) augmen. horaire	tx($) accr. annuel	augm. masse sal. totale	Points d'ancrage:	
9.00	14.50	1.31	0.29	527.80	26785850	Sal:	13.71
11.00	17.50	1.93	0.29	527.80	32327750	Taux :	2.10
13.00	30.00	3.90	0.29	527.80	55419000		
15.00	16.00	2.40	0.29	527.80	29556800		
17.00	10.00	1.70	0.29	527.80	18473000		
19.00	6. 00	1.14	0.29	527.80	11083800		
21.00	3.00	0.63	0.29	527.80	5541900		
23.00	2.00	0.46	0.29	527.80	3694600		
25.00	1.00	0.25	0.29	527.80	1847300		
Total :	100.00	13.71 = sal. moyen			184730000 :	Demande effective	
13.71 x 2.10% x 350000 x 35 x 52					183398670 :	Montant cible	
Demande effective moins Montant cible =					1331330	0,73 %	

TABLEAU 3.3
Incidence sur la masse salariale

Retour à la table des matières

x($) salaire	n(%) proportion des salariés	nx($)	tx($) augmen. horaire	tx($) accr. annuel	augm. masse sal. totale	Points d'ancrage:	
9.00	14.50	1.31	0.41	747.35	3792779	Sal:	8.48
11.00	17.50	1.93	0.36	653.75	40042307	Taux :	5.00
13.00	30.00	3.90	0.31	560.16	58816617		
15.00	16.00	2.40	0.26	466.56	26127615	Sal:	24.97
17.00	10.00	1.70	0.20	372.97	13053980	Taux:	0.00
19.00	6.00	1.14	0.15	279.38	5866921		
21.00	3.00	0.63	0.10	185.78	1950727		
23.00	2.00	0.46	0.05	92.19	645329		
25.00	1.00	0.25	0.00	0.00	0		
Total :	100.00	13.71 =	sal. moyen		184431286 :	Demande effective	
13.71 x	2.10%	x 350000 x	35 x 52		183398670	Montant cible	
Demande effective moins Montant cible =					1032616	0.56%	

TABLEAU 3.4

Incidence sur la masse salariale

Retour à la table des matières

x($) salaire	n(%) proportion des salariés	nx($)	tx($) augmen. horaire	tx($) accr. annuel	augm. masse sal. totale	Points d'ancrage:	
9.00	14.50	1.31	0.34	621.42	31537164	Sal:	8.48
11.00	17.50	1.93	0.32	577.75	35386965	Taux :	4.10
13.00	30.00	3.90	0.29	534.07	56077432		
15.00	16.00	2.40	0.27	490.40	27462131	Sal:	24.97
17.00	10.00	1.70	0.25	446.72	15635186	Taux:	0.60
19.00	6.00	1.14	0.22	403.04	8463924		
21.00	3.00	0.63	0.20	359.37	3773369		
23.00	2.00	0.46	0.17	315.69	2209850		
25.00	1.00	0.25	0.15	272.02	952060		
Total :	100.00	13.71 = sal. moyen			181498081 :	Demande effective	
13.71 x 2.10% x 350000 x 35 x 52					183398670 :	Montant cible	
Demande effective moins Montant cible =					- 1900589	-1.04%	

TABLEAU 3.5
Incidence sur la masse salariale

Retour à la table des matières

x($) salaire	n(%) proportion des salariés	nx($)	tx($) augmen. horaire	tx($) accr. annuel	augm. masse sal. totale	Points d'ancrage:	
9.00	14.50	1.31	0.35	632.07	32077532	Sal:	8.48
11.00	17.50	1.93	0.31	569.99	34911674	Taux :	4.20
13.00	30.00	3.90	0.28	507.90	53329861		
15.00	16.00	2.40	0.24	445.82	24965940	Sal:	24.97
17.00	10.00	1.70	0.21	383.74	13430805	Taux:	0.30
19.00	6.00	1.14	0.18	321.65	6754738		
21.00	3.00	0.63	0.14	259.57	2725497		
23.00	2.00	0.46	0.11	197.49	1382416		
25.00	1.00	0.25	0.07	135.40	473917		
Total :	100.00	13.71 = sal. moyen			170052380	Demande effective	
13.71 x 2.10% x 350000 x 35 x 52					183398670 :	Montant cible	
Demande effective moins Montant cible =					-13346290	-7.28%	

TABLEAU 3.6

Incidence sur la masse salariale

Retour à la table des matières

x($) salaire	n(%) proportion des salariés	nx($)	tx($) augmen. horaire	tx($) accr. annuel	augm. masse sal. totale	Points d'ancrage:	
9.69	14.50	1.41	0.37	675.32	34272656	Sal:	8.91
11.69	17.50	2.05	0.34	619.87	37967186	Taux :	4.26
13.69	30.00	4.11	0.30	552.32	57993648		
15.69	16.00	2.51	0.26	481.63	26971092	Sal:	26.22
17.69	10.00	1.77	0.23	413.16	14460500	Taux:	0.40
19.69	6.00	1.18	0.19	349.89	7347715		
21.69	3.00	0.65	0.16	293.26	3079187		
23.69	2.00	0.47	0.13	243.70	1705887		
25.69	1.00	0.26	0.11	201.07	703751		
Total :	100.00	14.40 = sal. moyen			184501621 :	Demande effective	
14.40 x 2.10% x 350000 x 35 x 52					192628800 :	Montant cible	
Demande effective moins Montant cible =					- 8127179	-4.22%	

TABLEAU 3.7
Incidence sur la masse salariale

Retour à la table des matières

x($) salaire	n(%) proportion des salariés	nx($)	tx($) augmen. horaire	tx($) accr. annuel	augm. masse sal. totale	Points d'ancrage:	
9.69	14.50	1.41	0.37	672.34	34121145	Sal:	8.91
11.69	17.50	2.05	0.34	610.16	37372358	Taux :	4.26
13.69	30.00	4.11	0.30	537.53	56440230		
15.69	16.00	2.51	0.25	463.43	25952137	Sal:	14.40
17.69	10.00	1.77	0.22	393.06	13757013	Taux:	1.95
19.69	6.00	1.18	0.18	329.11	6911295		
21.69	3.00	0.65	0.15	272.72	2863580		
23.69	2.00	0.47	0.12	224.07	1568519		
25.69	1.00	0.26	0.10	182.79	639772		
Total :	100.00	14.40 =	sal. moyen		179626049 :	Demande effective	
14.40 x 2.10% x 350000 x 35 x 52					192628800 :	Montant cible	
Demande effective moins Montant cible =					-13002751	-6.75%	

La réduction des écarts salariaux.

CONCLUSION

Retour à la table des matières

Les diverses méthodes de réduction des écarts salariaux étudiées dans cette contribution ne sont finalement pas si éloignées les unes des autres. La méthode du montant fixe n'est qu'un cas particulier de la méthode "de la ligne droite" qui englobe toutes les possibilités de réduction plus ou moins grande des écarts avec comme cas limite celui du pourcentage fixe, vers lequel on tend lorsque la réduction des écarts est de plus en plus faible. Ces méthodes appartiennent en quelque sorte à la même famille.

D'autre part, on peut dans n'importe quel cas de pourcentages décroissants obtenus par la méthode "de la ligne droite" obtenir, dans l'intervalle salarial qui nous intéresse, une coïncidence presque exacte avec des pourcentages correspondants calculés avec la méthode de l'exponentielle. La méthode "de la ligne droite" peut ainsi être identifiée à un cas particulier de la méthode de l'exponentielle, cette dernière permettant simplement un éventail plus vaste de possibilités en ce qui concerne le rythme, plus ou moins rapide, de réduction des pourcentages, pour une réduction d'écarts voulue.

Dans l'éventail de cas possibles offerts par la méthode de l'exponentielle, le cas particulier dont les résultats coïncident, pour l'essentiel, avec ceux de la méthode "de la ligne droite" constitue un bon cas moyen.

La décision de recourir à telle ou telle modalité de réduction des écarts, une fois décidée l'ampleur de la réduction à réaliser, est, en dernière instance, une décision politique. En l'absence de critères spécifiques qui amèneraient à privilégier une modalité de réduction des écarts par rapport aux autres, c'est incontestablement la méthode la plus simple, celle qui est la plus apte à être facilement comprise par la majorité des syndiqués, qui devrait être choisie.

La réduction des écarts salariaux.

ANNEXE A

Retour à la table des matières

Une fonction exponentielle est une fonction qui augmente (ou diminue) à un taux proportionnel à elle-même. Supposons une relation exponentielle entre les variables t et x. Alors, pour chaque valeur de t, la variation dt résultant d'une variation dx est proportionnelle à cette valeur de t:

$$\frac{dt}{dx} = rt \quad \text{ou} \quad \frac{1}{t}\frac{dt}{dx} = r$$

r est un facteur de proportionnalité supposé constant. Plus t est grand, plus la variation de t est grande pour une même variation de x.

L'équation précédente peut être réécrite comme:

$$\frac{1}{t} dt = r \ \ dx$$

Intégrant des deux côtés:

$\int (1/t)\, dt \quad = \quad \int r\, dx$ (intervalle de l'intégrale : de 0 à x)

$\ln [t(x)] – \ln [t(0)] = rx$

$\ln [t(x)/t(0)] = rx$

d'où : $t(x) = t(0)\, e^{rx}$ ou $t = t_0\, e^{rx}$

Dans le cas d'une exponentielle décroissante, nous aurions:

$(1/t)(dt/dx) = -r$ d'où $t = to\, e^{-rx}$

La caractérisation dt/dx = rt n'est pas exclusive à la relation exponentielle. Elle se vérifie également dans le cas d'une relation hyperbolique comme celle qui a été étudiée dans la section 2

$t = b/x - c$ ou $(t + c) = b/x$ ou $t' = b/x$

En effet, si $t' = b/x$, alors:

$dt'/dx = -b/x^2 = (-1/x).(b/x) = (-l/x).t' = r\,(x)\,t'$

La variation de t' en fonction de x est proportionnelle à t' et le facteur de proportionnalité ici varie lui-même en fonction de x au lieu d'être constant.

Le facteur de proportionnalité $r(x) = -1/x$ signifie que pour une augmentation donnée de x, la variation correspondante de t sera une diminution (signe -) d'autant plus petite que x sera grand (variation inverse 1/x). Ce coefficient, évoluant de cette manière, est multiplié par une valeur de $t' = b/x$ qui elle-même diminue à mesure que x augmente.

Il est possible de généraliser la relation exponentielle au cas où le coefficient de proportionnalité r est non plus une constante, mais une variable, fonction de x. Nous avons alors:

$dt/dx = r(x)\,t$ ou $(1 / t)\,dt = r(x)\,dx$

$\int (1 / t)\,dt = \int r(x)\,dx$ (intervalle de l'intégrale : de 0 à x)

$t = t_0\, e^{\int r(x)\,dx}$

Si r est constant, cette formule générale se réduit de toute évidence à l'expression déjà obtenue:

$t = t_0\, e^{rx}$

La réduction des écarts salariaux.

ANNEXE B

Retour à la table des matières

$y = \log_a x$ est le logarithme à base a du nombre x.

Le logarithme à base a d'un nombre x est la puissance à laquelle il faut élever la base pour obtenir le nombre.

Par exemple, le logarithme à base 10 du nombre 100 est 2 :

$\log_{10} 100 = 2$

2 est la puissance à laquelle il faut élever la base 10 pour obtenir le nombre 100 :

$10^2 = 100$

D'une manière générale, on peut écrire:

si $\log_a x = y$, alors $a^y = x$;

la fonction logarithmique est la fonction inverse de la fonction exponentielle.

Illustrons avec les logarithmes à la base 10 et à la base 2:

$\log_{10} x$	$= y$	10^y	$= x$				
$\log_{10} 1$	$= 0$	10^0	$= 1$				
$\log_{10} 10$	$= 1$	10^1	$= 10$	$\log_{10} 1/10$	$= -1$	10^{-1}	$= 1/10$
$\log_{10} 100$	$= 2$	10^2	$= 100$	$\log_{10} 1/100$	$= -2$	10^{-2}	$= 1/100$
$\log_{10} 1000$	$= 3$	10^3	$= 1000$	$\log_{10} 1/1000$	$= -3$	10^{-3}	$= 1/1000$
etc…		etc…		etc…		etc…	
$\log_2 x$	$= y$	2^y	$= x$				
$\log_2 1$	$= 0$	2^0	$= 1$				
$\log_2 2$	$= 1$	2^1	$= 2$	$\log_2 1/2$	$= -1$	2^{-1}	$= 1/2$
$\log_2 4$	$= 2$	2^2	$= 4$	$\log_2 1/4$	$= -2$	2^{-2}	$= 1/4$
$\log_2 8$	$= 3$	2^3	$= 8$	$\log_2 1/8$	$= -3$	2^{-3}	$= 1/8$
etc…		etc…		etc…		etc…	

Quelle que soit la base :

le logarithme d'un nombre tend vers l'infini si le nombre tend vers l'infini;

le logarithme d'un nombre tend vers moins l'infini si le nombre tend vers zéro;

le logarithme d'un nombre négatif n'existe pas.

Le logarithme à base e (e = 2,7182818…) d'un nombre x est défini comme le logarithme naturel de ce nombre:

$$\log_e x = \ln x$$

Si $y = \ln x$ alors	$e^y = x$
$\ln 1 = 0$	$e^0 = 1$
$\ln e = 1$	$e^1 = e$
$\ln e^2 = 2$	etc ...

Les règles élémentaires du calcul logarithmique sont les suivantes:

$$\log x\,y = \log x + \log y$$

$$\log x/y = \log x - \log y$$

$$\log bx = b \log x$$